APPUNTI DI ELETTROTECNICA GENERALE
versione 0.0

9 settembre 2006

Indice

Capitolo 1

STRUTTURA DELLA MATERIA E FENOMENI ELETTRICI

Prerequisiti

- Conoscere i fenomeni elettrostatici fondamentali

Obiettivi specifici

- Conoscere la struttura fondamentale della materia
- Conoscere il concetto di carica elettrica

1.1 Cos'é l'elettricità ?

Cos'é l'elettricità ? L'elettricità è una forma di energia invisibile i cui effetti vengono percepiti durante la sua utilizzazione quotidiana. Ricordiamo che l'energia è la capacità che ha un corpo di compiere un lavoro. Ad esempio un'auto in corsa è dotata di una certa energia (l'energia cinetica) e se investe un muro può essere in grado di deformarlo; ha compiuto un lavoro. In natura vi sono diverse forme di energia e l'elettricità, o meglio energia elettrica, è una di queste. L'energia elettrica è una forma di energia facilmente trasportabile, disponibile e controllabile. Proprio per questo motivo dal XIX secolo in poi essa si è affermata, insieme all'energia chimica, come una delle forme di energia maggiormente utilizzate per lo svolgimento delle attività umane.

1.2 Fenomeni elettrostatici

L'uomo fin dall'antichità ha fatto esperienza quasi quotidiana dell'elettricità attraverso fenomeni di tipo elettrostatico quali, ad esempio, l'elettrizzazione per strofinio e le scariche atmosferiche.

Il termine *elettrico* deriva dalla parola greca *elektron* che significa ambra[1]. L'ambra è un materiale resinoso di origine fossile che, se è opportunamente strofinato, presenta delle interessanti proprietà elettriche.

Bisogna attendere il XIX secolo perché l'uomo inizi a dare una spiegazione scientifica compiuta ai fenomeni elettrostatici.

Oggi sappiamo che le forze elettriche condizionano fortemente le proprietà fisiche e chimiche di tutta la materia ma un tempo, ad eccezione del grandioso spettacolo del fulmine, le normali manifestazioni della natura, dall'acqua che gela alla pianta che cresce, non sembravano avere alcun legame col curioso comportamento degli oggetti elettrizzati.

[1] Esso fu introdotto dall'inglese William Gilbert (1540 -1603), famoso anche per i suoi studi sui fenomeni magnetici

Esperienze elettrostatiche fondamentali Dopo aver seguito un corso di fisica tutti avranno sentito parlare delle seguenti esperienze.

Bacchetta di vetro + bacchetta di plastica. Prendiamo due bacchette, una di vetro ed una di plastica, le strofiniamo entrambe con un panno di lana, le appendiamo con filo in modo che stiano orizzontali e sufficientemente libere di muoversi. Se avviciniamo le due bacchette notiamo che esse tendono ad attrarsi.

Bacchetta di vetro + bacchetta di vetro. Non contenti, ripetiamo l'esperimento con due bacchette dello stesso materiale, ad esempio il vetro. Si può osservare che le bacchette in questo caso tendono a respingersi.

Da queste due esperienze si possono trarre le seguenti **deduzioni**:

- strofinando tra loro due corpi, questi si elettrizzano;
- la carica elettrica acquisita può provocare due comportamenti opposti (la bacchetta di vetro è attirata dalla bacchetta di plastica ed è respinta da un'altra bacchetta di vetro elettrizzata).

Per distinguere questi due comportamenti è necessario ipotizzare che la carica elettriche acquisite per strofinio siano di due tipi diversi. E' ragionevole ipotizzare che due bacchette dello stesso materiale, in questo caso vetro o plastica, strofinate allo stesso modo si elettrizzino nello stesso modo. Queste due varietà di cariche elettriche ormai da diverso tempo sono state chiamate positiva e negativa

In sintesi si può affermare che:

- Esistono due tipi di cariche elettriche denominate positiva e negativa.
- Corpi elettricamente carichi dello stesso segno si respingono e corpi elettricamente carichi di segno opposto si respingono.

Inoltre, poiché un corpo non elettrizzato non ha la proprietà di esercitare forze elettriche sui corpi circostanti si deduce che esso contiene cariche elettriche positive e negative in ugual numero; in pratica esso è elettricamente **neutro**.

I fisici tendono a considerare le cariche positive e negative fondamentalmente come manifestazioni opposte di una certa qualità, così come destra e sinistra sono due manifestazioni opposte dell'attributo *verso* [1]. Ciò che noi chiamiamo carica negativa potrebbe essere chiamata tranquillamente positiva, e viceversa. Infatti la carica di un elettrone non ha nulla di intrinsecamente negativo; un numero intero negativo differisce sostanzialmente da un intero positivo per il fatto che il suo quadrato è un numero intero di segno opposto, ma il prodotto di due cariche non è una carica e pertanto non vi è alcuna corrispondenza tra il significato di positivo e negativo dato ai numeri interi e quello dato alle cariche elettriche.

Per nota di cronaca, il vetro acquista carica positiva mentre la plastica acquista carica negativa.

1.3 Struttura della materia

Nel 1803 lo scienziato inglese John Dalton (1766 - 1844), sulla base di una analisi attenta e ragionata delle leggi di Lavoisier e di Proust, arrivò alla conclusione che la materia è costituita da particelle piccolissime ed indivisibili a cui venne dato il nome di atomi. Inoltre egli pensava che i composti fossero costituiti da piccole particelle, denominate molecole, contenenti un piccolo numero di atomi.

Alla luce della teoria atomica di Dalton si inizia a fare una distinzione chiara all'interno delle sostanze semplici [2] tra elementi chimici e composti chimici.

Anche se nei primi anni del XIX secolo era già chiara l'esistenza di cariche elettriche positive e negative bisogna attendere il 1897 perché si inizi a chiarire il legame esistente tra cariche elettriche e struttura atomica. In quell'anno l'inglese Joseph John Thomson (1856 - 1940) scopre che in tutti gli atomi sono presenti particelle di carica negativa, a cui egli diede il nome di *elettroni*.

[2] La chimica distingue nella materia, dal punto di vista della composizione, le sostanze semplici, o pure, dalle sostanze composte, o miscele

1.3.1 Le particelle fondamentali

Nel corso dei primi trenta anni del XX secolo furono fatte in rapida successione numerose esperienze che hanno permesso di chiarire la struttura interna degli atomi. In particolare si scoprì che gli atomi non erano indivisibili ma anzi, che *erano formati da tre particelle fondamentali: l'elettrone, il protone ed il neutrone.*

Esperimento di Millikan

Nel 1909 l'americano Robert Millikan (1868-1953) scoperse mediante il famoso esperimento dell gocce d'olio la natura discreta della carica elettrica. In un secondo tempo egli riuscìi anche a misurare la minima quantità di carica presente in natura, ovvero la carica dell'elettrone. Dal seguente brano autografo traspare la trepidazione con cui Millikan descrive il proprio esperimento, con un senso di stupore e quasi di gratitudine.

" Dal 1909, quando costruì il mio primo apparecchio con la goccia d'olio, fino all'estate del 1912, impiegai praticamente tutto il tempo che ebbi a disposizione, tolto quello destinato alle lezioni e all'assistenza alle ricerche degli studenti laureati, nel lavoro intorno alle goccie d'olio. Era affascinante vedere con quanta certezza si potesse contare l'esatto numero degli elettroni che si installavano su una data goccia, tanto se si trattava di un solo elettrone che se erano cento; infatti bisognava soltanto far viaggiare la gocciolina su e giù, misurando ogni volta accuratamente il tempo e poi calcolando il minimo comune multiplo di una serie abbastanza lunga di velocità conferite dal campo alla goccia, seconda che si aggiungevano o si sottraevano gli elettroni portati dalla gocciolina. Questa serie di velocità mutava sempre secondo una serie di passi unitari ".

L'**elettrone** è dotato di una carica elettrica negativa pari a $-1,6 \cdot 10^{-17} coulomb$. Si potrebbe pensare che tutti gli elettroni siano caricati negativamente. In realtà in natura è possibile osservare, in particolari condizioni, la presenza di elettroni positivi, denominati *positroni*.

Una scatola a pareti sottili sotto vuoto, sottoposta a radiazioni gamma, può diventare la scena di una creazione di coppie, cioè di un evento in cui un fotone ad alta energia termina la propria esistenza dando luogo alla creazione di un elettrone negativo e di un elettrone positivo (positrone). Queste due particelle hanno l'esatta quantità di massa e l'esatta quantità di carica, ma di qualità opposta, ovvero esse sono legate dalla relazione di particella ed antiparticella.

Il **protone**, è dotato dello stesso tipo e della stessa quantità di carica del positrone, ma a differenza di esso, e quindi anche dell'elettrone, è dotato di una massa molto più grande.

Il **neutrone** è così chiamato perché non manifesta proprietà elettriche. Esso è dotato di una massa appena più grande del protone.

L'elettrone ed il protone sono due particelle stabili, mentre il neutrone è una particella abbastanza stabile. Infatti, se è lasciato da solo, dopo circa mezz'ora si disintegra in un protone, un elettrone ed un neutrino, una particella neutra di massa molto piccola.

Il protone ed il neutrone formano insieme il nucleo atomico, il punto centrale dell'atomo dove risiede la stragrande maggioranza della sua massa.

Nel 1911, il fisico neozelandese Ernest Rutherford effettua, presso la Victoria University di Manchester, quello che viene ritenuto il primo esperimento di fisica nucleare. Egli diresse un fascio collimato di particelle α su una sottile lamina di oro. Scopo dell'esperimento era quello di capire se la struttura dell'atomo fosse quella supposta da Thomson, il padre dell'elettrone, ovvero un atomo senza nucleo, noto anche come atomo a panettone, oppure se l'atomo avvesse avuto al suo interno un nucleo separato dagli elettroni esterni. Il fisico neozelandese osservò che le particelle α, cariche positivamente e molto più pesanti di un elettrone subivano dei grandi angoli di deviazione(figura 1.1).

Dall'osservazione di questo tipo di urti, denominato *scattering coulombiano* [3], Rutherford arrivò alla conclusione sorprendente che il raggio del nucleo era di circa 10000 volte inferiore di quello dell'atomo.

Quasi sempre una grande scoperta introduce nuovi problemi.

Un primo problema era la stupefacente stabilità del nucleo resa ancora più curiosa dalla piccolezza del suo raggio, del tutto incomprensibile solo in base alle forze elettromagnetiche e gravitazionali. Poiché i protoni hanno tutti carica positiva la forza di repulsione a cui sono soggetti

[3] scattering = dispersione, coulombiano perché l'interazione in gioco nell'urto è la forza di Coulomb

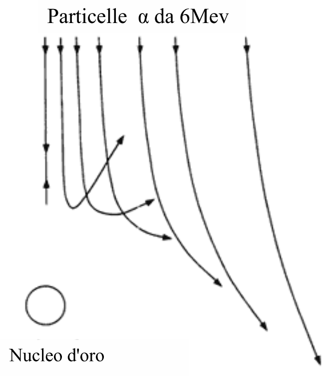


Figura 1.1: L'esperimento di Rutherford del 1991

dovrebbe portare alla disintegrazione del nucleo. La forza di repulsione è solo in minima parte contrastata dalla forza di attrazione gravitazionale presente tra i protoni.

Ma i conti non tornavano anche per le masse nucleari. Eccetto che per l'idrogeno ordinario, le masse dei nuclei risultavano tutte approssimativamente doppie rispetto al numero di protoni presenti nel nucleo. Si iniziò ad intravvedere una soluzione a questo secondo problema quando nel 1930, in Germania, i fisici W.Bothe e H.Becker notarono che bombardando con particelle α materiali leggeri come il berillio veniva prodotta una radiazione più penetrante dei raggi γ allora conosciuti. Nel 1932 il fisico inglese James Chadwick, in seguito ad una serie di esperimenti, ipotizzò che la nuova radiazione fosse composta da particelle elettricamente neutre aventi una massa approssimativamente pari a quella del protone, a cui fu dato il nome di neutroni.

Nel 1934 il fisico giapponese H.Yukawa avanzò una ipotesi che offriva una spiegazione dell'incomprensibile stabilità del nucleo atomico, che già si sapeva composto da protoni e neutroni. Yukawa, all'età di soli 27 anni, prendendo come modello le forze elettromagnetiche, ipotizzò che i nucleoni (protoni e neutroni) sono tenuti insieme da un campo di forze che svolge la sua azione solo nelle immediate vicinanze dei nucleoni. Questo campo di forze, denominato *interazione nucleare forte*, analogamente alla natura corpuscolare del campo elettromagnetico che si esplica nella produzione dei fotoni, venne associato ad un nuovo tipo di particelle subatomiche, i mesoni. Come Yukawa stesso suggerì, lo studio dei raggi cosmici permise di determinare sperimentalmente nel 1937 l'esistenza di queste particelle, grazie al lavoro di diversi fisici americani. Ciò gli valse l'assegnazione nel 1949, a guerra ormai terminata, del premio Nobel per la fisica.

In questa breve carrellata abbiamo accennato a tre diversi tipi di interazioni, o forze: forza gravitazionale, forza elettromagnetica e forza nucleare forte. I fisici hanno ipotizzato una quarto tipo di forza, l'*interazione nucleare debole*, responsabile del decadimento radioattivo dei nuclei atomici. Questi quattro tipi di forze sono alla base di tutti i fenomeni fisici attualmente conosciuti.

1.3.2 I modelli atomici

L'atomo è la più piccola particella di materia che rimane inalterata in ogni passaggio o reazione chimica.

L'attuale modello atomico, ormai generalmente accettato, è quello dovuto a Shröedinger. Esso costituisce l'ultima elaborazione rispetto ai modelli proposti inizialmente da Rutherford e successivamente da Bohr. Tuttavia, per semplicità di trattazione si tende fare spesso riferimento al modello di Bohr.

Ciascun atomo, secondo il modello di Bohr può essere paragonato ad una sorta di sistema solare in miniatura, costituita da un nucleo centrale e dagli elettroni che ruotano attorno al nucleo su differenti orbite. Gli elettroni ruotano a velocità elevatissima variando continuamente il piano della loro orbita, formando così una sorta di strati di nubi elettroniche, o livelli.

Livelli energetici

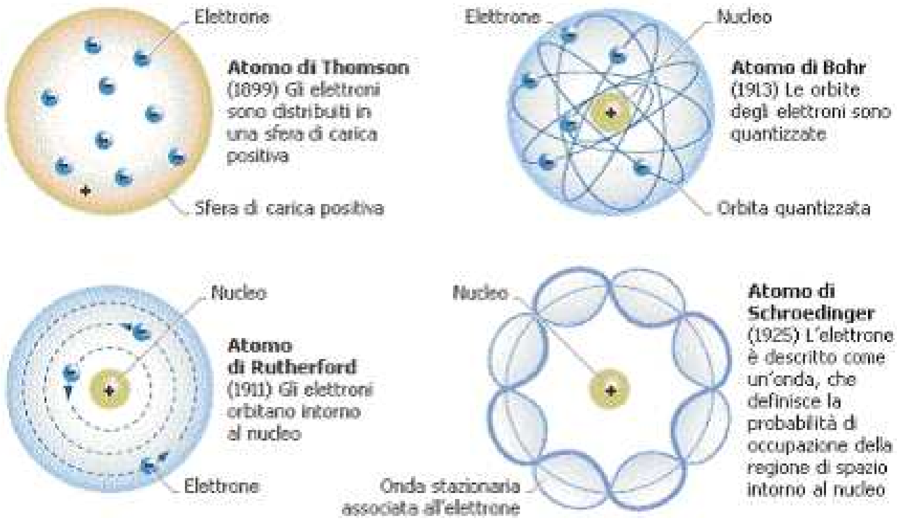


Figura 1.2: I modelli atomici

Ciascuno di questi livelli, contraddistinto da un numero naturale n[4], può contenere un ben preciso numero di elettroni. Gli elettroni presenti in ciascun livello sono in possesso di una energia potenziale tanto più grande quanto più il livello è distante dal nucleo. Per questo motivo questi strati di elettroni vengono denominati anche *livelli energetici*.

n	1	2	3	4	5	6	7
numero massimo di elettroni	2	8	18	32	50	72	98

Tabella 1.1: I livelli energetici degli elettroni

La maggior parte dei fenomeni fisici e chimici interessa solo il livello elettronico più esterno. Gli elettroni presenti in esso, data la loro importanza, vengono denominati anche elettroni di *valenza*. Elementi chimici diversi dotati dello stesso numero di elettroni di valenza hanno un comportamento chimico-fisico, e quindi anche elettrico, molto simile.

Nel rame ventinove elettroni gravitano su differenti orbite attorno al nucleo. Secondo la tabella precedente nello strato più interno sono disposti due elettroni, nel successivo ce ne sono 8, nel terzo 18 mentre nel quarto, che ne potrebbe contenere ben 32, ne è presente solo uno. L'elettrone isolato, presente dell'orbita più esterna, è detto **elettrone di conduzione**, perché può liberarsi con una certa facilità da quell'atomo e spostarsi nell'orbita di un altro partecipando quindi al **fenomeno della conduzione elettrica**.

1.4 Conduttori ed isolanti

Il rame è un esempio di materiale in cui le cariche elettriche si possono muovere facilmente (**conduttori**). Esistono altri materiali in cui le cariche elettriche restano localizzate (**isolanti**).

La teoria atomica fornisce una spiegazione del diverso comportamento di isolanti e conduttori. In genere, nello strato più esterno degli atomi dei conduttori ci sono pochi elettroni (da uno a tre) aventi un debole legame con il loro nucleo. Questi elettroni passano da un atomo all'altro molto facilmente, vagando in tutte le direzioni. Questi elettroni, se sottoposti ad una forza esterna, si mettono facilmente in moto ordinato lungo il conduttore; in questo caso il conduttore presenta una piccola resistenza a lasciarsi attraversare dal flusso di cariche.

[4] I livelli atomici vengono contraddistinti anche con le lettere K, L, M, N, O, P, Q.

Tra i conduttori vi sono: rame, alluminio, oro, argento, ferro, mercurio.

Negli isolanti, invece, per diverse ragioni non sono praticamente presenti elettroni di conduzione. Ecco alcuni esempi di isolanti: vetro, porcellana, aria secca, carta, gomma, mica, alcuni materiali sintetici come il PVC.

Infine , alcuni materiali mettono a disposizione degli elettroni di conduzione solo in particolari condizioni di funzionamento, e quindi essi non sono né buoni conduttori né buoni isolanti. Vengono chiamati semiconduttori ed hanno una enorme importanza in elettronica per la costruzione dei circuiti integrati. I semiconduttori vengono prodotti utilizzando silicio, germanio ed arseniuro di gallio.

1.5 La legge di Coulomb

Nel 1785 Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) studiò quantitativamente l'interazione tra corpi puntiformi immobili[5] carichi elettricamente.

Due corpi puntiformi immobili dotati di carica Q_1 e Q_2, posti alla distanza r si attraggono o si respingono con una forza F proporzionale al prodotto fra le cariche e all'inverso del quadrato della loro distanza.

La carica elettrica Q_1 esercita una forza F_{12} sulla carica elettrica Q_2 e la carica elettrica Q_2 esercita una forza F_{21} sulla carica elettrica Q_1. In particolare le due forze hanno modulo uguale pari a:

$$F = F_{12} = F_{21} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \tag{1.1}$$

dove K è una costante di proporzionalità.

La forza ha la stessa direzione della linea che congiunge le due cariche: essa è attrattiva se le cariche hanno segno opposto e repulsiva se sono dello stesso tipo.

Questa forza è denominata **forza elettrica**. Tutta la materia è una miscela di protoni carichi positivamente ed elettroni carichi negativamente che si attirano e si respingono con grande forza. Comunque la compensazione è così perfetta che stando accanto ad un'altra persona non si sente alcuna forza. Eppure se ci fosse un piccolo diffetto nella compensazione ci si accorgerebbe subito. Se due persone si trovassero ad un metro di distanza ed avessero ciascuna un eccesso di elettroni pari all'1% del peso corporeo la forza di repulsione sarebbe abbastanza grande per sollevare un peso pari a quello del pianeta Terra. Questo esempio dà un'idea del fatto che le forze elettriche sono enormemente più grandi della forza gravitazionale.

La formula (1.1) impone la necessità di definire l'**unità di misura della carica elettrica**. Nel Sistema Internazionale (SI) l'unità di misura della carica elettrica è il **coulomb** (simbolo C). Il coulomb non è però una unità fondamentale, ma è derivato dall'unità di misura della corrente elettrica, l'ampere.

Per ora affermiamo che *due corpi, carichi egualmente, hanno la carica di 1 coulomb se, posti nel vuoto alla distanza di 1 metro, interagiscono con una forza di* $9 \cdot 10^9 N$.

In questo modo viene fissato il valore della costante K nel vuoto.

$$K = 9 \cdot 10^9 \ N \cdot m^2/C^2 \tag{1.2}$$

La forza che si esercita tra due cariche immerse in un mezzo è minore di quella che si esercita, a parità di condizioni geometriche, nel vuoto. Questo differenza di comportamento può essere quantificata mediante l'introduzione della *costante dielettrica* ϵ, di cui si vedrà più avanti.

1.6 Induzione elettrostatica

Si è visto che bacchette di vetro e di plastica sottoposte a strofinio tendono ad attrarsi o a respingersi a causa delle cariche elettriche accumulatesi su ciascuna di esse. Ma, in realtà, si osserva

[5]La relazione di Coulomb non è esattamente verificata quando le cariche elettriche sono in movimento.

che una bacchetta di vetro elettricamente carica è in grado di attirare un pezzo di carta stagnola, presumibilmente neutro, posto nelle vicinanze.

Questo fenomeno si spiega nel seguente modo. La carta stagnola è elettricamente neutra, ma contiene comunque cariche elettriche positive e negative in egual numero. La stagnola è anche un materiale conduttore e in essa sono presenti gli *elettroni di conduzione*. Quando la stagnola è vicino alla bacchetta alcuni degli elettroni di conduzione si sposta in modo da disporsi nella parte più vicina alla bacchetta. Gli atomi a cui risultano sottratti gli elettroni non sono più elettricamente neutri ma sono carichi positivamente.

Tra i due corpi, a causa della presenza dell'aria, un mezzo isolante, non avviene spostamento di cariche, ma viene indotto nella stagnola un accumulo di cariche negative da un lato e di cariche positive dall'altro lato. Questo fenomeno prende il nome di **induzione elettrostatica**.

1.7 Aspetti pratici dei fenomeni elettrostatici

Capita spesso di ritrovarsi carichi elettrostaticamente a causa dello sfregamento dei propri vestiti in lana o fibre sintetiche durante il movimento, oppure camminando con delle scarpe con suole isolanti, o ancora lavorando a contatto con dispositivi carichi elettrostaticamente. Ci si accorge di questo fatto a causa delle scariche elettriche, a volte molto fastidiose, che si producono quando tocchiamo corpi metallici dopo esserci caricati elettrostaticamente. Le scariche si producono, nonostante le piccole quantità di energia in gioco, a causa delle elevate tensioni che si formano.

Attività	Umidità relativa $10 \div 20\%$	Umidità relativa $60 \div 90\%$
camminare sulla moquette	35000	1500
camminare su PVC	12000	250
manipolare un oggetto in plastica	7000	600

Tabella 1.2: Valori di tensione prodotti sull'uomo dalle cariche elettrostatiche

Le scariche elettrostatiche, oltre a procurare fastidio, possono essere all'origine di incendi ed esplosioni in ambienti di lavoro pericolosi oppure possono causare il danneggiamento permanente dei circuiti integrati durante la produzione di schede elettroniche.

Per evitare tali rischi devono essere adottate alcune precauzioni:

- eliminazione delle cariche elettriche mediante la messa a terra delle parti conduttrici di macchinari e dispositivi;
- eliminazione delle cariche elettriche accumulate dalle persone mediante polsini e camici conduttivi che permette la scarica a terra delle cariche;
- mantenimento dell'umidità intorno al $60 \div 70$ % in modo che non sia troppo secca;
- ionizzazione dell'aria.

1.8 Domande

1. Se due corpi, su cui è distribuita carica elettrica, si respingono la carica elettrica presente su di essi è ....
2. La materia, dal punto di vista della composizione si divide in due categorie. Quali ?
3. Le sostanze semplici si divdono in due categorie alla luce della teoria atomica. Quali ?
4. Che cosa significa il termine *atomo* ?
5. Disegna in modo schematico l'atomo di elio.
6. Descrivi brevemente l'elettrone, il protone e il neutrone.
7. Gli elettroni girano attorno al nucleo carico positivamente. Cosa impedisce che la mutua attrazione costringa gli elettroni ad implodere nel nucleo ?
8. Nel nucleo dell'atomo sono presenti protoni. Cosa impedisce che la mutua repulsione li costringa a separarsi ?
9. Cosa sono i livelli energetici?
10. Perché gli elettroni di valenza sono importanti ?
11. Cosa sono gli orbitali ?
12. Quali sono gli elettroni meno legati al nucleo ?
13. In che modo un atomo si trasforma in uno ione positivo ?
14. Indica cosa rappresenta il simbolo ϵ nella legge di Coulomb.
15. Cosa succede alla forza se raddoppia la distanza tra due cariche elettriche?
16. Definisci che cosa si intende per isolante.
17. Definisci cosa si intende per materiale conduttore.
18. Spiega perché il rame è un materiale conduttore.
19. Individua, tra le sostanze indicate tra parentesi (vetro, ferro, carta, plastica, porcellana, legno, alluminio), quelle isolanti e quelle conduttrici di elettricità.
20. Cosa permette di determinare la legge di Coulomb ?
21. Strofinando una biro su un maglione di lana, essa acquista la capacità di attrarre piccoli corpi come, per esempio, dei pezzetti carta. Quale fenomeno si verifica quando si avvicina la biro ai pezzetti di carta ?
22. Cos'é l'elettricità ?

1.9 Esercizi

1. Si determini la forza di interazione elettrica tra due cariche puntiformi $Q_1 = 2mC$ e $Q_2 = 500mC$ poste nel vuoto alla distanza di 1 cm.
2. 2. Due cariche puntiformi uguali $Q_1 = Q_2 = 20\mu C$, poste nel vuoto, si respingono con una forza di 150 N. Determinare la distanza r tra le cariche.
3. La carica di un elettrone è pari a $-1.6 \times 10^{-19}C$. Quanti elettroni in eccesso ha un corpo, con carica uguale a -1C ?
4. Un corpo è caricato positivamente con 10^{14} protoni in eccesso. Qual'é la carica di questo corpo in Coulomb ?

Capitolo 2

GRANDEZZE ELETTRICHE FONDAMENTALI

Prerequisiti

- Conoscere i fenomeni elettrostatici fondamentali
- Conoscere la struttura atomica della materia
- Conoscere la legge di Coulomb
- Conoscere le principali unità di misura
- Conoscere i concetti di campo scalare e di campo vettoriale
- Saper scrivere il valore di una grandezza fisica in notazione scientifica

Obiettivi specifici

- Conoscere le grandezze elettriche tensione e corrente

2.1 Campo elettrico

La legge di Coulomb ci permette di calcolare la forza che si esercita tra due cariche elettriche puntiformi poste ad una distanza r tra di loro.

Il fatto che una carica possa esercitare la propria azione su un'altra a distanza anche nel vuoto, ovvero in assenza di materia, ci induce a pensare che la carica produce una *alterazione* dello spazio intorno ad essa. Questa alterazione prende il nome di **campo elettrico** $\vec{E}$. In questo caso si tratta di un campo vettoriale perché l'alterazione viene rilevata tramite una forza il cui valore dipende dalla posizione nello spazio[1].

Definiamo il campo elettrico presente in un certo punto dello spazio utilizzando un metodo operativo. Poniamo nel punto una carica elettrica q, immobile ed abbastanza piccola[2]. La carica q, che denominiamo anche carica di prova, sarà soggetta, a causa del campo elettrico, ad una forza F pari a[3]

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

[1]Per *campo* si intende generalmente una grandezza fisica di cui si può specificare un valore per ogni punto dello spazio. Se questo valore è un vettore si parla di campo vettoriale, se invece è semplicemente un numero si parla allora di campo scalare. La temperatura, per esempio, è un campo, in questo caso *scalare*.

[2]La carica deve essere immobile in modo da non rilevare fenomeni magnetici, e piccola in modo da trascurare la perturbazione del campo elettrico preesistente dovuto alla presenza della stessa carica q

[3]Se la carica è si muove con velocità $\vec{v}$ la forza elettrica, o meglio elettromagnetica, è $\vec{F} = q \cdot \; \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$.

Il campo elettrico E viene definito allora come

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \tag{2.1}$$

Quindi il campo elettrico è una grandezza vettoriale con direzione uguale a quello della forza elettrica e verso coincidente se la carica di prova q è positiva, opposto se q è negativa.

Dalla definizione si deduce che l'unità di misura dell'intensità E del campo elettrico è il rapporto newton/coulomb[4].

Il campo elettrico, come d'altronde ogni campo di forze, può essere rappresentato graficamente mediante le **linee di forza**. Esse sono un espediente per aiutare la mente a visualizzare il comportamento dei campi[5]. Le linee di forza vengono tracciate seguendo queste regole:

- la linea di forza in ogni punto ha come tangente la direzione del campo elettrico in quel punto;
- le linee di forza sono linee orientate il cui verso coincide con quello del campo.

Una proprietà caratteristica delle linee di forza è che esse si addensano dove maggiore è l'intensità del campo.

E' interessante osservare le distribuzioni di linee di forza dei campi elettrici generati da alcune classiche configurazioni di carica elettrica.

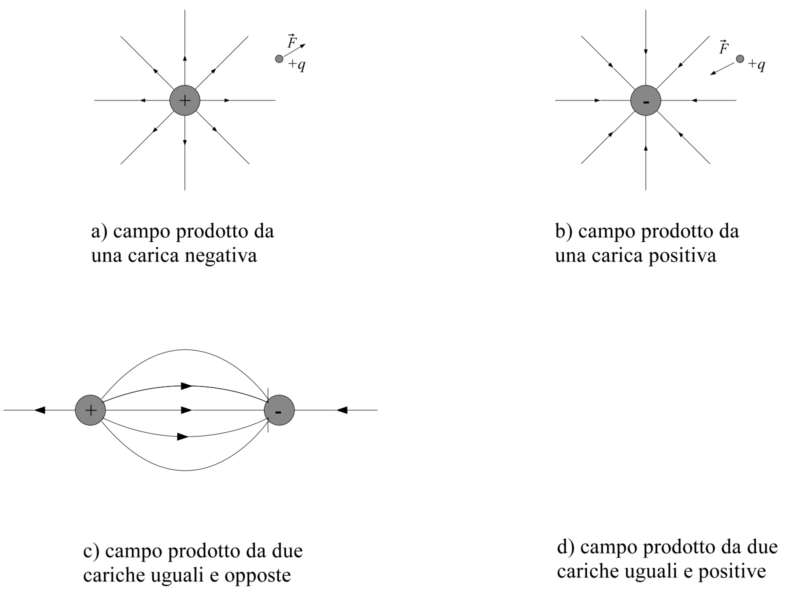


Figura 2.1: Andamento delle linee di forza del campo E

Le distribuzioni c e d di figura 2.1 sono state tracciate utilizzando una importante proprietà del campo elettrico. Si supponga che un certo numero di cariche produca un campo $\vec{E}_1$ e che un altro gruppo di cariche produca un campo $\vec{E}_2$, quando agiscono separatamente. Se i due sistemi

[4]In seguito si vedrà che un'altra unità di misura del campo elettrico, maggiormente utilizzata, è il volt/metro.

[5]Il metodo delle linee di forza, come modalità espressiva, presenta però alcuni inconvenienti; innanzittutto non aiuta a evidenziare le relazioni quantitative sottese al campo elettrico, in secondo luogo non evidenziano il principio di sovrapposizione delgi effetti e, inoltre, esse fanno riferimento a cariche elettriche in quiete.

di cariche sono presenti nello stesso momento, conservando le stesse posizioni, allora il campo totale è semplicemente la somma dei due campi. Questa proprietà prende il nome di *principio di sovrapposizione dei campi*.

Schierando uno di fronte all'altro due strati molto estesi di cariche elettriche di segno opposto, nella zona in mezzo alle due schiere si forma un campo elettrico dotato di una importante caratteristica , a cui si fa spesso riferimento: il vettore $\vec{E}$ presenta la stessa intensità, la stessa direzione e lo stesso verso in tutti i punti. Si è allora in presenza di un *campo elettrico uniforme*.

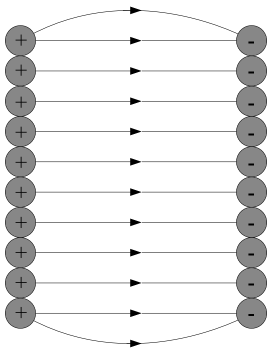


Figura 2.2: Campo elettrico uniforme

Esempio 2.1.1. *Se si mette una carica q in un punto di un campo elettrico uniforme di intensità E, su di essa si esercita un forza elettrica $\vec{F}$. Come si calcola questa forza ? Qual'é la direzione e il verso della forza ?*

Soluzione.

2.2 Tensione elettrica

Quando una carica q è immersa in un campo elettrico generato da altre cariche essa è dotata di di una certa attitudine a compiere lavoro, per il solo fatto di essere immersa nel campo. A questa attitudine si dà il nome di *energia potenziale*.

Se spostiamo la carica elettrica q da un punto A ad un altro punto B del campo elettrico ad essa può accadere una di queste tre cose:

- cedere energia potenziale compiendo un lavoro;
- acquisire energia potenziale richiedendo lavoro;
- mantenere inalterata l'energia potenziale senza compiere nè richiedere lavoro.

Si rammenta che le due grandezze fisiche lavoro ed energia sono espresse nella stessa unità di misura e che il lavoro corrisponde sempre ad una variazione di energia, come si desume dalla seguente equivalenza.

$$L_{AB} = \Delta E_{AB} = E_A - E_B \tag{2.2}$$

Nel caso di una carica q immersa nel campo elettrico le grandezze espresse nella (2.2) assumono il seguente significato:

- L_{AB} è il lavoro compiuto dalla carica q nel passare da A a B;
- E_A è l'energia potenziale elettrica posseduta dalla carica q nel punto A;
- E_B è l'energia potenziale elettrica posseduta dalla carica q nel punto B.

Ad esempio, nel caso a) riportato in figura 2.3 la carica q positiva tende a passare spontaneamente da A a B, attratta dal campo generato dalla carica Q negativa. In questo caso quando q si sposta da A a B, compie un lavoro (L_{AB} è positivo) e perde energia (E_A è maggiore di E_B).

Invece, nel caso b), che si differenzia dal precedente solo per il segno della carica Q che genera il campo, la carica q deve essere trascinata da A a B e pertanto occorre compiere un lavoro su di essa (L_{AB} è negativo) facendole acquisire energia potenziale. Perciò la carica q quando si trova in A è dotata di energia potenziale inferiore rispetto a quando si trova in B.

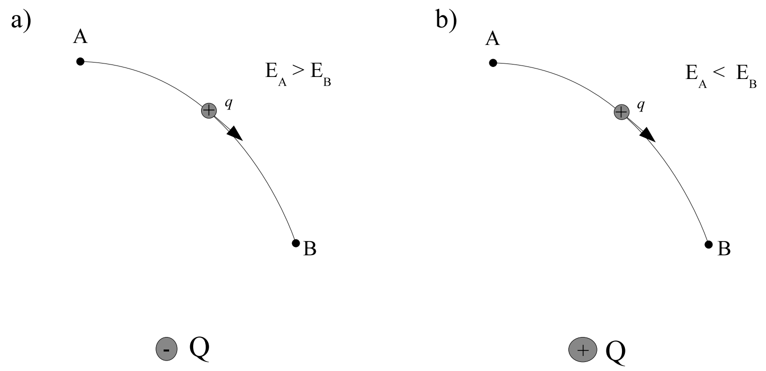


Figura 2.3: Variazione di energia potenziale elettrica

Si nota che, dal punto di vista della carica positiva q, l'energia potenziale posseduta da essa è tanto più elevata quanto più è lontana da cariche negative oppure quanto più è vicina ad altre cariche positive, mentre è meno elevata vicino alle cariche negative o lontano dalle cariche positive.

Si intuisce che la variazione di energia potenziale, in termini assoluti, in gioco nel passaggio da A a B è tanto maggiore quanto maggiore è il valore della carica q e che essa non dipende dal percorso seguito per realizzare lo spostamento[6].

In sintesi, l'energia potenziale posseduta dalla carica q dipende da:

- il valore di q;
- la posizione.

La tensione elettrica è una grandezza fisica introdotta apposta per quantificare questo secondo aspetto. In sostanza la tensione elettrica tra due punti A e B rappresenta proprio la differenza di energia potenziale tra di essi al *netto* del valore della carica q di prova.

si definisce *differenza di potenziale elettrico* $\Delta V_{AB} = V_A - V_B$ *tra due punti A e B di un campo elettrico* il rapporto *tra l'energia potenziale elettrica* ΔE_{AB} *che una carica q qualsiasi cede passando da A a B ed il valore della carica q stessa.*

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta E_{AB}}{q} \tag{2.3}$$

La differenza di potenziale ΔV_{AB} si indica per convenzione con una freccia diretta dal punto B al punto A. LA differenza di potenziale è comunemente denominata anche *tensione* oppure anche con la sigla d.d.p..

[6] L'indipendenza della variazione di energia potenziale dal percorso seguito è una proprietà del campo elettrico che per questo motivo è detto di tipo *conservativo*

L'unità di misura della differenza di potenziale è il volt (simbolo V). Dalla definizione (2.3) si ha che

$$1\,volt = \frac{1\,joule}{1\,coulomb}$$

Esempio 2.2.1. *Una carica $q = 5C$ spostandosi da un punto A ad un punto B cede una quantità di energia pari a 100 J. Si calcoli la differenza di potenziale ΔV_{AB} tra i due punti.*

Soluzione.

Esempio 2.2.2. *Per spostare una carica Q pari a 10 C da un punto A ad un punto B distanti tra loro 5 m occorre compiere un lavoro di di 58 J. determinare la differenza di potenziale ΔV_{AB}.*

Soluzione.

Esempio 2.2.3. *Un elettrone attraversa un conduttore da un punto A ad un punto B. Durante lo spostamento l'elettrone cede una quantità di energia pari a 0,0001 J. Determinare la differenza di potenziale ΔV_{AB} esistente ai capi del conduttore.*

Soluzione.

La tensione elettrica si misura con strumenti come il voltmetro, il multimetro nella configurazione a voltmetro e l'oscilloscopio.

2.2.1 Relazione fra campo elettrico e tensione elettrica

Per rilevare una tensione elettrica tra due punti è necessario che sia presente un campo elettrico. E' quindi evidente che deve esistere una relazione tra campo elettrico e tensione.

Per questioni di semplicità ci limitiamo a considerare il caso specifico di un campo elettrico uniforme. Si vuole determinare la differenza di potenziale ΔV_{AB} fra due punti A e B posti su una retta avente la stessa direzione del campo $\vec{E}$.

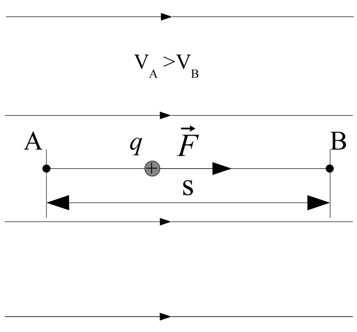


Figura 2.4: Relazione tra tensione e campo in un campo elettrico uniforme.

Tenendo conto delle (2.2) e (2.3) e della definizione del lavoro meccanico come prodotto tra forza e spostamento si ha

$$\Delta V_{AB} = \frac{E_{AB}}{q} = \frac{L_{AB}}{q} = \frac{F \cdot s}{q}$$

dove con F si intende la forza elettrica agente sulla carica q e con s la distanza tra i due punti a e b. Poiché $F = q \cdot E$, sostituendo e semplificando si ottiene:

$$\Delta V_{AB} = E \cdot s \tag{2.4}$$

Questa relazione stabilisce un legame fra campo elettrico e d.d.p tra due punti del campo. Essa permette di ottenere il valore di un campo elettrico uniforme, nota la d.d.p. fra due punti. E' una relazione utile per determinare il valore di un campo elettrico mediante una misura di tensione. Per questo motivo, inoltre, il campo elettrico si esprime solitamente in volt/metro. Se il campo non è uniforme la relazione (2.4) assume una forma matematica più complessa che fa uso di un operatore matematico denominato integrale.

2.2.2 Potenziale di massa e potenziale di terra

In un sistema elettrico sono sempre presenti punti a potenziale elettrico differente. Per comodità quando si studia un sistema elettrico si considera un punto del sistema come riferimento, per lo stesso motivo per cui per misurare l'altitudine sulla crosta terrestre si considera il livello del mare come altitudine di riferimento. Questo particolare punto della rete elettrica è denominato **massa** ed il suo potenziale elettrico **potenziale di massa**. I potenziali di tutti gli altri punti della rete vengono valutati rispetto al potenziale di massa.

Un altro punto di riferimento molto usato nel settore elettrico è la **terra**, a cui generalmente vengono connesse le parti metalliche delle apparecchiature elettriche al fine di proteggere gli utenti che operano con esse. Il potenziale elettrico a cui si trova la terra è per convenzione nullo. Pertanto la massa di un circuito elettrico può trovarsi ad un potenziale diverso da quello della terra, e quindi da zero.

2.3 Corrente elettrica

La corrente elettrica è, essenzialmente, *un movimento ordinato di cariche elettriche*. Si ha un movimento ordinato quando vi è una prevalenza statistica di direzione e verso nel movimento delle cariche elettriche. Perché ci sia corrente elettrica è necessario avere a disposizione un mezzo conduttore; a seconda del tipo di conduzione tali cariche possono essere negative (elettroni, ioni negativi) o positive (ioni positivi). Solo in condizioni molto particolari si riscontrano correnti elettriche dovute a protoni.

Se si prende in considerazione un pezzo di metallo non sottoposto ad alcun campo elettrico, al suo interno gli elettroni di conduzione si muovono in modo disordinato senza una direzione preferenziale. In questo caso, pur essendoci delle cariche elettriche in movimento, non si è in presenza di corrente elettrica.

Prendiamo in considerazione un corpo conduttore sottoposto ad un movimento di cariche uniforme e continuo, ovvero ad una *corrente continua*.

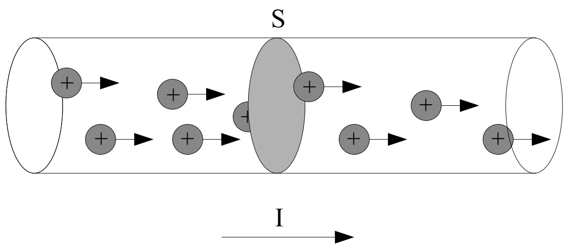


Figura 2.5: Intensità di corrente

Si definisce ***intensità di corrente I*** *il* ***rapporto*** *tra la quantità di carica Q che attraversa una sezione S del conduttore in un intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso.*

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \tag{2.5}$$

L'unità di misura della corrente elettrica è l'**ampere** (simbolo A). Esso è un'unità di misura fondamentale nel SI. Da essa si ricava l'unità di misura della carica elettrica. Infatti, dalla definizione di intensità di corrente si ottiene:

$$Q = I \cdot \Delta t \tag{2.6}$$

Per cui

$$1\,C = 1\,A \cdot 1\,s$$

la definizione (2.5) si applica nel caso di correnti costanti nel tempo, ovvero **correnti continue**. Nel caso di correnti non continue l'espressione precedente fornisce il valor medio della corrente elettrica nel particolare intervallo di tempo Δt considerato.

La corrente elettrica si misura con uno strumento denominato **amperometro**.

2.3.1 La corrente convenzionale

Nei metalli la corrente elettrica è un flusso ordinato di elettroni. Nello studio dei circuiti e delle reti elettriche, per ragioni storiche, si suppone che la corrente sia formata da cariche positive che si muovono all'interno di un circuito elettrico secondo un verso convenzionale, in realtà opposto a quello effettivo.

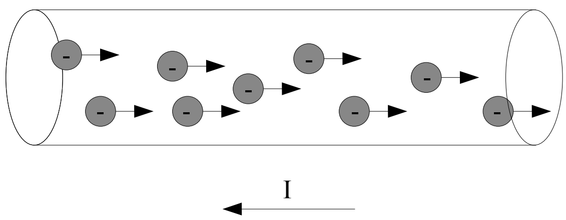


Figura 2.6: La corrente convenzionale.

2.4 Fenomeno della conduzione elettrica

Se si mette in comunicazione una regione negativa (con eccesso di elettroni) con una regione positiva (in cui vi è mancanza di elettroni) mediante un mezzo conduttore, gli elettroni sono dotati dell'energia di attrazione che li fa spostare dalla regione negativa alla regione positiva. Questo movimento ordinato di elettroni, a cui abbiamo già dato il nome di corrente elettrica, è un esempio di conduzione elettrica. Perché ci sia corrente elettrica attraverso un materiale occorre che:

- ci siano cariche libere;
- venga fornita energia alle cariche libere.

Quanto detto prima può essere espresso in modo equivalente con termini più specifici. Perché ci sia corrente elettrica attraverso un materiale , occorre che il materiale:

- sia conduttore;
- sia sottoposto ad una differenza di potenziale.

La differenza di potenziale ai capi del conduttore può essere ottenuta con un dispositivo che ad una delle sue estremità crea un eccesso di elettroni (polo negativo) mentre all'altra estremità una carenza di elettroni. Questo dispositivo è denominato **generatore**. Il ruolo del generatore è analogo a quello di una pompa idraulica: esso *aspira* gli elettroni esterni dal suo terminale positivo e li fa defluire internamente verso il terminale negativo. La pila è un esempio di generatore elettrico.

Tra i due terminali del generatore si interpone normalmente non solo il conduttore ma anche un **utilizzatore** elettrico. Anche l'utilizzatore elettrico è un dispositivo dotato di due terminali; da un terminale entra la corrente elettrica e dall'altro essa esce. Un classico esempio di utilizzatore elettrico è la lampadina ad incandescenza. Ricorrendo ancora all'analogia idraulica, la pompa può essere collegata tramite delle condutture ad una ruota idraulica. La ruota idraulica acquista energia cinetica che a sua volta può essere utilizzata per compiere un lavoro.

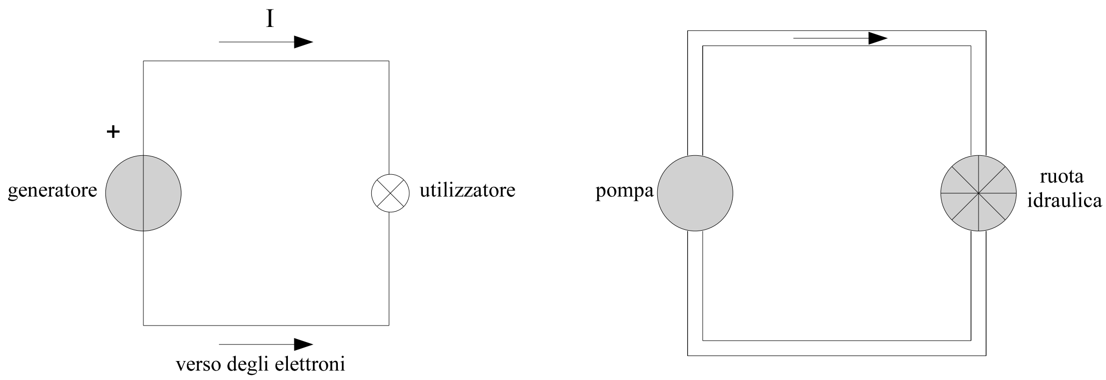


Figura 2.7: Analogia idraulica.

2.5 Bipoli elettrici

Un sistema elettrico è sostanzialmente un insieme di componenti interconnessi tra loro mediante conduttori metallici. Molti di questi componenti, come mostra l'esperienza comune, sono dotati di due terminali, o morsetti (apparecchi illuminanti, elettrodomestici, motori, campanelli, ecc). In sintesi, si definisce come *bipolo elettrico un componente, od un insieme di componenti riconducibili ad uno equivalente, che interagisce con il resto del sistema elettrico in due soli punti.*

Ad ogni bipolo elettrico sono associate due grandezze elettriche: la differenza di potenziale ΔV presente ai suoi capi e l'intensità di corrente I che lo attraversa.

Si è visto che, in base alla funzione svolta dal punto di vista energetico, i bipoli si suddividono in due categorie: generatori ed utilizzatori.

I **generatori** forniscono l'energia necessaria a far muovere le cariche elettriche all'interno del sistema elettrico. I due morsetti del bipolo elettrico generatore si distinguono in positivo e negativo. La corrente convenzionale fuoriesce dal morsetto positivo del generatore e vi rientra dal morsetto negativo dopo aver percorso il sistema elettrico.

Gli **utilizzatori** ricevono la corrente proveniente del generatore e, attraverso di essa, l'energia. Negli utilizzatori la corrente convenzionale entra dal morsetto collegato alla tensione più elevata (positiva) ed esce dal morsetto collegato alla tensione inferiore (negativa).

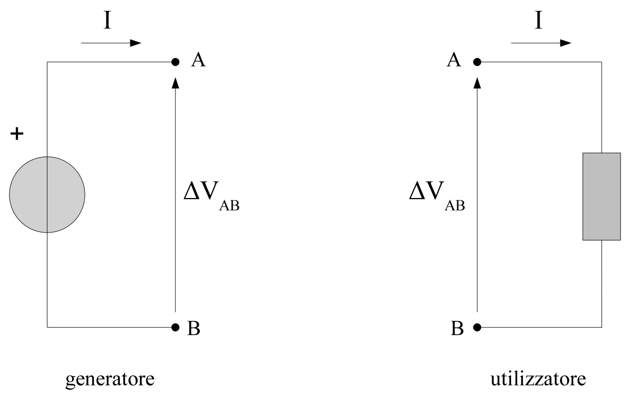


Figura 2.8: I bipoli elettrici generatore ed utilizzatore.

Le due convenzioni di segno trovano giustificazione nel seguente fatto: un generatore fornisce energia alle cariche elettriche positive della corrente convenzionale, *pompandole* dal morsetto negativo ed emettendole dal morsetto positivo. L'utilizzatore, invece, assorbe energia elettrica dal sistema elettrico comportandosi nel modo opposto.

A questo punto occorre fare una precisazione. La corrente che fuoriesce da un bipolo elettrico è in ogni istante pari alla corrente che entra nel bipolo. Ciò equivale a dire che la quantità di carica totale presente all'interno di un qualsiasi bipolo rimane costante. Questa ipotesi fondamentale è conosciuta con il nome di *principio di stazionarietà della carica elettrica*.

2.6 Energia e potenza elettrica assorbita da un bipolo utilizzatore

Quando un bipolo elettrico è attraversato da una corrente elettrica I, causata da una d.d.p. ΔV applicata ai suoi capi, esso diviene sede di una trasformazione di energia. Per esempio, nel caso della lampadina si assiste ad una trasformazione dell'energia elettrica, fornita dal generatore, in parte in energia luminosa e in parte in calore; questo è solo uno dei tanti esempi delle continue trasformazioni di energia che avvengono nella realtà.

La definizione classica di energia afferma che l'energia di un corpo è l'attitudine del corpo a compiere un lavoro. Il concetto di lavoro richiama una azione meccanica, ma non tutta l'energia si trasforma in lavoro meccanico. Anzi, tendenzialmente tutte le forme di energia tendono, prima o poi, a trasformarsi in calore. E il calore rappresenta la forma di energia più *deteriorata*, difficilmente immagazzinabile e gestibile.[7].

L'energia posseduta da un corpo viene solitamente indicata con la lettera E e si misura in **joule**. Quando avviene una trasformazione di energia accade che in un intervallo d tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ l'energia E posseduta da un corpo subisce una variazione ΔE pari a:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

dove E_1 è l'energia posseduta dal corpo nell'istante di tempo iniziale t_1 e E_2 quella posseduta nell'istante di tempo successivo t_2.

Nell'intervallo di tempo Δt attraverso il bipolo utilizzatore passa la carica Q pari a:

$$Q = I \cdot \Delta t$$

[7]In realtà il calore posseduto da un corpo ha a che fare con la somma delle energie cinetiche possedute dalle singole molecole compongono il corpo. Tanto più grande è l'agitazione molecolare e tanto più elevata è la quantità di calore. Si intuisce che è praticamente impossibile gestire in modo ordinato le energie cinetiche possedute dalle singole molecole.

Ricordando che dalla definizione di d.d.p. si ha

$$\Delta E = \Delta V \cdot Q$$

Pertanto l'**energia elettrica assorbita da un bipolo elettrico** nell'intervallo di tempo Δt è

$$\Delta E = \Delta V \cdot I \cdot \Delta t \tag{2.7}$$

Se accendiamo una lampadina in una stanza avviene una trasformazione costante di energia da elettrica a calore ed energia luminosa. Più tempo passa e maggiore è l'energia trasformata. La dipendenza dell'energia trasformata dal tempo trascorso si più rappresentare con la seguente relazione:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

dove Δt è il tempo trascorso e P è una grandezza che fornisce una indicazione della velocità con cui avviene la trasformazione di energia. Tale grandezza prende il nome di potenza P. Nel caso del bipolo elettrico si ottiene:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \Delta V \cdot I \tag{2.8}$$

Quindi, la **potenza elettrica assorbita da un bipolo elettrico** è pari al prodotto tra la tensione applicata ai suoi capi e la corrente che la attraversa.

E' importante tener presente che le relazioni (2.7) e (2.8) sono state ottenute per un generico bipolo elettrico, senza fare ipotesi particolari sulle modalità con cui avviene al suo interno la trasformazione di energia. Si rammenta che la potenza, e quindi anche la potenza elettrica, si misura in watt (simbolo W).

Esempio 2.6.1. *Un motore elettrico sottoposto alla tensione di 220V assorbe una corrente pari a 2,5 A. Si determini la sua potenza e l'energia assorbita in 10 s.*

Soluzione.

$$P = \Delta V \cdot I = 220 \cdot 2,5 = 550\ W$$

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 550 \cdot 10 = 5500\ J$$

Esempio 2.6.2. *Un utilizzatore elettrico è sottoposto ad una d.d.p. costante di 10 V, mentre la corrente che lo attraversa sale linearmente da 0 a 4 A in 10 s. Determinare la potenza elettrica e calcolare l'energia fornita all'utilizzatore in questo intervallo di tempo.*

Soluzione.

Suggerimento: l'area sottesa alla curva della potenza rappresenta l'energia assorbita dall'utilizzatore.

2.6.1 Unità di misura dell'energia elettrica

L'energia elettrica è una particolare forma di energia e, in quanto tale, in base al SI essa si misura in Joule. Per motivi storici e tecnici nei vari ambiti tecnologici, e in particolare anche nel settore elettrico, si sono affermate anche altre unità di misura dell'energia. Si elencano qui di seguito le unità di misura dell'energia più utilizzate:

Caloria	1 cal = 4.1866 J
Kilocaloria	1 kcal = 1000 cal = 4186.6 J
Wattora	1Wh = 1 W × 3600 s =3600 J
Kilowattora	1kWh = 1000 Wh = $3.6 \times 10^6 J$

Tabella 2.1: Unità di misura dell'energia

Esempio 2.6.3. *Determinare il corrispettivo in Joule ΔE_J di una trasformazione di energia elettrica in calore ΔE_{kWh} pari a 115,2 kWh.*

Soluzione.

$$\Delta E_J = 3,6 \cdot 10^6 \cdot \Delta E_{kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \cdot 115,2 = 4,1472 \cdot 10^8 J$$

Esempio 2.6.4. *Una stufa elettrica da 1000 W viene mantenuta in funzione per un'ora. Determinare la quantità di calore ΔE_{kCal} , espressa in kilocalorie prodotta dalla stufa elettrica.*

Soluzione.

$$\Delta E_J = P \cdot \Delta t = 1000 \cdot 3600 = 3,6 \cdot 10^6 J$$

$$\Delta E_J = 4186,6 \cdot \Delta E_{kCal}$$

Perciò,

$$\Delta E_{kCal} = \frac{1}{4186,6} \cdot \Delta E_J = \frac{1}{4186,6} \cdot 3,6 \cdot 10^6 \cong 859,89\ kCal$$

2.7 Resistenza di un conduttore

2.7.1 Prima legge di Ohm

Si è visto in precedenza (2.4)che in un conduttore si ha passaggio di corrente elettrica solo se ai suoi capi si applica una differenza di potenziale. Ciò significa che tensione e corrente sono in rapporto di causa ed effetto. Se la tensione ai capi del conduttore aumenta allora si può ragionevolmente ipotizzare che aumenti anche l'intensità della corrente che attraversa il conduttore.

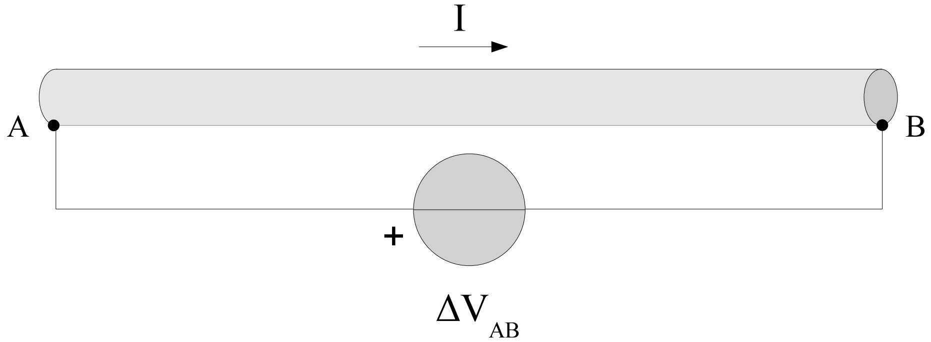


Figura 2.9: conduttore sottoposto ad una d.d.p..

In particolare, si può osservare sperimentalmente che in *in un conduttore esiste una relazione di proporzionalità diretta tra la tensione V ai suoi capi e la corrente I che lo attraversa.* La propozionalità tra tensione e corrente implica, da un punto di vista matematico, che il loro rapporto rimanga costante.

$$\frac{\Delta V}{I} = R \tag{2.9}$$

resistenza

La costante R è un parametro che indica il grado di difficoltà che le cariche libere incontrano per muoversi all'interno di un conduttore. Esso prende il nome di **resistenza elettrica R** del conduttore. La relazione (2.9) è denominata *prima legge di Ohm* ed è stata scoperta in modo sperimentale nel 1827 dal fisico tedesco George Simon Ohm (1789 - 1854).

La resistenza si misura in ohm (simbolo Ω). Un conduttore presenta una resistenza di 1 ohm quando, sottoposto ad una d.d.p di 1 volt, è attraversato da una corrente di intensità pari a 1 ampere.

$$1\ \Omega = \frac{1\ V}{1\ A}$$

conduttanza

Spesso è comodo utilizzare la grandezza fisica inversa della resistenza, ovvero la **conduttanza** G.

$$G = \frac{I}{\Delta V} = \frac{1}{R} \tag{2.10}$$

La conduttanza si misura in siemens (simbolo S) in onore di Werner Von Siemens (1816-1892) tecnico ed industriale tedesco, fondatore insieme ai fratelli della casa elettrotecnica Siemens. Un elevato valore di G è indice di un piccolo valore di R.

Esempio 2.7.1. *Un conduttore, a causa di una differenza di potenziale ΔV pari a 15 mV, a cui è sottoposto, viene attraversato da una intensità di corrente pari a 220 mA. Si determini la resistenza e la conduttanza del conduttore.*

Soluzione.

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{220 \cdot 10^{-3}} \cong 68\ m\Omega$$

$$G = \frac{I}{\Delta V} = \frac{220 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3}} \cong 15\ S$$

Nel caso dei conduttori per cui è valida la legge di Ohm, rappresentando graficamente su un diagramma cartesiano la corrente in funzione della tensione applicata si ottiene una curva, denominata *caratteristica*, che assume la forma di una retta.

2.7.2 Seconda legge di Ohm

La resistenza di un conduttore dipende da diversi fattori che possono essere riassunti nel seguente elenco:

- caratteristiche fisiche;
- caratteristiche geometriche;
- condizioni ambientali.

In particolare, supposte costanti le condizioni ambientali (in pratica la temperatura), la resistenza di un conduttore di lunghezza l e sezione S è espressa dalla seguente formula:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \tag{2.11}$$

La dipendenza dalle caratteristiche fisiche, in altre parole dal materiale, è espressa attraverso il parametro ρ, denominato resistività.

Dalla formula (2.11) si determina la seguente espressione inversa:

$$\rho = R \cdot \frac{S}{l}$$

Da essa si deduce che l'unità di misura della resistività è $\Omega \cdot m$.

Esempio 2.7.2. *Determinare la resistenza di una matassa di filo di rame crudo di lunghezza l=100m e sezione* $S = 1.5mm^2$ *tenendo conto che la resistività del rame crudo, alla temperatura di 20° C, è pari a* $1.78 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$.

Soluzione.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 1,78 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{100}{1,5 \cdot 10^{-6}} \cong 1,2\,\Omega$$

In realtà, in ambito elettrico, poiché le sezioni dei conduttori sono espresse normalmente in mm^2, la resistività dei materiali utilizzati viene espressa in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$.

Materiale	Resistività $\left[\Omega \cdot \frac{mm^2}{m}\right]$
Rame crudo	0,0178
Rame ricotto	0,0175
Alluminio	0,0284
Aldrey	0,032
Costantana	0,5

Tabella 2.2: Resistività di alcuni materiali conduttori alla temperatura di 20 °C

2.7.3 Dipendenza dalla temperatura

La resistività dei conduttori varia con la temperatura in modo diverso a seconda del tipo di materiale.

Per la maggior parte dei conduttori (rame, alluminio, ferro, manganina, ecc.) la resistività aumenta con l'aumentare della temperatura.

Ciò trova spiegazione, a livello atomico, nel fatto che aumentando la temperatura di un conduttore aumenta l'agitazione termica degli atomi del reticolo cristallino. Essi tendono, allora, a subire un maggior numero di urti con gli elettroni di conduzione e ciò si traduce in una riduzione del moto direzionale degli elettroni.

Per altri materiali, come la grafite ed il carbone amorfo, la resistività diminuisce all'aumentare della temperatura. Tale comportamento può essere spiegato con il fatto che il carbone è normalmente un cattivo conduttore a causa della scarsità di elettroni di conduzione (il carbone, avendo quattro elettroni di valenza, tende a formare strutture cristalline compatte) e, con l'aumentare della temperatura, tende ad aumentare il numero di elettroni che si liberano dalla struttura cristallina e vanno ad ingrossare le fila degli elettroni di conduzione.

Alla temperatura dello zero assoluto[8] la resistività dovrebbe essere nulla, essendo cessata del tutto l'agitazione termica degli atomi; in realtà, a causa di altri fattori associati alla meccanica quantistica, ai difetti reticolari e la presenza di impurità, è presente ancora una resistività residua ρ_r.

L'andamento della resistività con la temperatura in un metallo assume pertanto l'andamento riportato in figura 2.10 .

[8] 0 gradi Kelvin, pari a -273,15 °C.

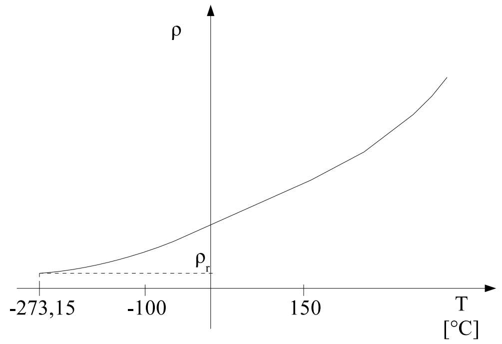


Figura 2.10: Dipendenza della resistività dalla temperatura.

Normalmente tra i -100°C ed i 150°C, la resistività varia in modo quasi lineare con il variare della temperatura. Quindi, dentro questo intervallo, la dipendenza della resistività di un materiale conduttore dalla temperatura si può esprimere mediante la seguente relazione empirica:

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)] \tag{2.12}$$

dove:

- T_0 è la temperatura di riferimento (tipicamente 20 °C);
- $\rho(T_0)$ è la resistività del materiale alla temperatura T_0;
- α è il coefficiente di temperatura del materiale.

Si può intuire che un coefficiente di temperatura positivo indica che la resistività del materiale aumenta con la temperatura mentre un coefficiente di temperatura negativo implica che la resistività diminuisce all'aumentare della temperatura. Moltiplicando ambo i membri della relazione precedente per il rapporto l/S si ottiene:

$$R(T) = R(T_0) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)] \tag{2.13}$$

ovvero la legge di dipendenza della resistenza R di un conduttore dalla temperatura.

Esempio 2.7.3. *un conduttore di rame crudo presenta una resistenza R a 20 °C di 0,56 Ω. Si determini la variazione della resistenza quando la temperatura raggiunge i 75° C, tenendo conto che il coefficiente di temperatura del rame crudo alla temperatura di 20 °C è pari a* $3,81 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.

Soluzione. L'intervallo di variazione della temperatura è interno a quello per cui è valida la relazione (2.13), dalla quale si può ottenere l'espressione della variazione di resistenza.

$$\Delta R = R\,(T) - R\,(T_0) = R\,(T_0) \cdot \alpha \cdot (T - T_0)$$

Sostituendo i valori numerici, si ottiene

$$\Delta R = 0,56 \cdot 3,81 \cdot 10^{-3} \cdot (75 - 20) = 0,12\,\Omega$$

In diverse applicazioni è necessario disporre di materiali conduttori dotati di un valore di resistenza preciso e molto stabile al variare della temperatura. Uno di essi è la costantana , una lega composta di rame (60%) e nichel (40%).

Materiale	Coefficiente di temperatura $\left[°C^{-1}\right]$
Rame crudo	$3,81 \cdot 10^{-3}$
Rame ricotto	$3,93 \cdot 10^{-3}$
Alluminio	$4 \cdot 10^{-3}$
Aldrey	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Costantana	$0,002 \cdot 10^{-3}$

Tabella 2.3: Coefficiente di temperatura di alcuni materiali conduttori alla temperatura di 20 °C

2.8 La legge di Joule

Un conduttore attraversato da corrente elettrica si riscalda. In altre parole in esso avviene una trasformazione di energia elettrica in calore. Quanto sopra si può spiegare tenendo conto del concetto di resistenza elettrica: il mezzo conduttore entro cui avviene il passaggio di corrente elettrica si oppone alla circolazione della corrente , richiedendo un dispendio di energia perché tale circolazione avvenga. Gli elettroni passando da un potenziale inferiore ad un potenziale superiore, cedono energia potenziale elettrica; questa viene dissipata in calore attraverso l'aumento dell'agitazione molecolare dovuto agli urti tra gli elettroni e gli atomidel reticolo cristallino.

Questo processo di trasformazione di energia elettrica in energia termica è stato studiato da James Prescott Joule (1818-1889) ed è noto come effetto Joule.

La legge di Joule afferma che un conduttore di resistenza R, attraversato da una corrente continua I, trasforma in calore in un intervallo di tempo Δt la seguente quantità di energia $DeltaE$:

$$\Delta E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t \tag{2.14}$$

La legge precedente si dimostra facilmente tenedo conto che:

$$\Delta E = \Delta V \cdot I \cdot \Delta t = (R \cdot I) \cdot I \cdot \Delta t$$

Esempio 2.8.1. *Si determini il calore, in kilocalorie, generato da un resistore di resistenza $R = 470$ W attraversato da una corrente di 200 mA per un intervallo di tempo $\Delta t = 12$ min.*

Soluzione.

Esempio 2.8.2. *Una stufa elettrica di resistenza R assorbe una corrente di 1,2 A e viene fatta funzionare per due ore. Si determini la resistenza R supponendo che nell'intervallo considerato l'energia dissipata si aggiri sulle 30 kcal.*

Soluzione.

In termini di potenza si osserva che la potenza elettrica dissipata in calore da un conduttore è:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{R \cdot I^2 \cdot \Delta t}{\Delta t} = R \cdot I^2 \tag{2.15}$$

Applicando la legge di Ohm si ottiene un'altra espressione equivalente:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} \tag{2.16}$$

2.8.1 Problematiche tecniche dell'effetto Joule

L'effetto Joule è particolarmente importante ai fini della costruzione e del funzionamento delle apparecchiature elettriche.

Il fenomeno del riscaldamento dei conduttori al passaggio della corrente elettrica è quasi sempre dannoso, a meno che esso non sia appositamente ricercato, come nel caso della stufa elettrica.

Quando un conduttore elettrico è attraversato da una corrente elettrica eccessiva, in termini tecnici **sovracorrente**, esso può essere soggetto a danni irreversibili a causa dell'eccessivo riscaldamento. E' dimostrato che la maggiore causa di incendi nelle abitazioni civili è dovuta all'effetto delle sovracorrenti negli impianti elettrici.

Esistono due tipi di sovracorrenti:

- le correnti di sovraccarico;
- le correnti di cortocircuito.

I conduttori elettrici presenti negli impianti elettrici vengono protetti dala presenza di eventuali sovracorrenti mediante l'utilizzazione di apparecchiature di protezione quali i fusibili e gli interruttori magnetotermici.

Il fusibile è il più semplice tra i dispositivi di protezione e viene utilizzato generalmente per proteggere una linea dalle correnti di cortocircuito. Esso viene posto in serie alla linea che si vuole proteggere ed interviene interrompendo la linea quando il valore della corrente che lo attraversa è tale da provocare la fusione di un suo elemento fusibile, da cui il nome di fusibile.

Gli interruttori automatici megnetotermici sono dispositivi meccanici di interruzione della corrente. essi sono dotati di un apposito dispositivo di sgancio che provoca l'apertura automatica dei contatti quando la corrente che lo attraversa supera un determinato valore per un certo tempo. Il tempo di intervento dipende dal valore della corrente di guasto.

Esempio 2.8.3. *Dato un scaldabagno elettrico di 1000W contenente 50Kg di acqua ed alimentato dalla tensione di rete si determini:*

1. *la corrente assorbita dal resistore di riscaldamento;*
2. *la resistenza del resistore di riscaldamento;*
3. *'energia elettrica assorbita in 30 minuti;*
4. *il calore fornito dal resistore di riscaldamento alla massa d'acqua in 30 minuti.*

Soluzione.

2.9 Domande

2.9.1 Conoscenze

1. Il campo elettrico creato da una carica Q è il rapporto tra la forza $\vec{F}$ che Q esercita su una carica q e la carica q stessa. Il valore di $\vec{E}$ dipende dal valore di q ? Perché ?

2. Quando possiamo affermare che una regione dello spazio è sede di un campo elettrico ?

3. Rappresenta mediante linee di forza il campo elettrico generato da una carica puntiforme negativa.

4. La tensione elettrica fornisce una misura quantitativa del lavoro necessario per portare una carica elettrica unitaria da un punto A ad un punto B ? Perché ?

5. Completa la seguente frase scegliendo i termini opportuni fra quelli sottoelencati.

   L'unità di misura della tensione elettrica è .... e uno degli strumenti adatti a misurarla è ....

   (Joule; multimetro; coulomb; elettroscopio; volt; N/C; joule/coulomb; cinescopio).

6. Completa la seguente frase scegliendo i termini opportuni fra quelli sottoelencati.

   L'intensità della corrente elettrica è .... che attraversa .... di un conduttore in ...., la sua unità di misura è .... e si misura con strumenti come ....

   (Tempo t; coulomb; oscilloscopio, ampere, unità di carica Q; volt; volume; voltmetro; sezione; un secondo; carica Q; amperometro.)

7. Spiegare brevemente cosa sono il potenziale di massa ed il potenziale di terra.

8. Affinché in un conduttore circoli corrente occorre connettere ai suoi capi un'apparecchiatura in grado di mantenere una differenza di potenziale ? Perché ?

9. Il rapporto tra la tensione applicata ad un conduttore e la corrente che circola in esso è:

   (a) variabile;
   (b) costante;
   (c) dipende dalla corrente che circola in esso;
   (d) dipende dal valore della tensione applicata.

10. Scrivere le diverse forme con cui è possibile esprimere la prima legge di Ohm

11. Scrivi la seconda legge di Ohm ed esplicita il significato dei termini presenti in essa.

12. Perché per la maggior parte dei conduttori ad un aumento della temperatura corrisponde un aumento della resistività ?

13. Per la maggior parte dei conduttori un aumento di temperatura determina un aumento della corrente che in essi può circolare a parità di tensione applicata? Perché?

14. Due delle leggi enunciate in questo modulo sono state scoperte dal fisico tedesco George Simon Ohm (1787-1854). Elencare le grandezze fisiche sin qui introdotte ed effettuare una ricerca sui personaggi che hanno dato il nome alle unità di misura di tali grandezze.

15. Il kWh è l'unità di misura della ....

16. Esprimere una definizione di energia.

17. Esprimere una definizione di potenza.

18. A parità di tensione la potenza assorbita da una apparecchiatura è tanto più .... quanto più .... è la corrente che essa assorbe.

19. A parità di tempo l'energia consumata da una apparecchiatura è .... se è .... è la potenza dell'apparecchiatura stessa.

20. Se si applica ad un wattorametro un carico resistivo variabile e si diminuisce la resistenza del carico il disco del wattorametro gira più lentamente o più velocemente ? Perché?

21. Che cosa si intende con il termine *effetto Joule* ?

22. Per diminuire il calore prodotto in un conduttore di resistenza R ed alimentato da una tensione costante V occorre:

    (a) Aumentare la corrente che lo attraversa.
    (b) Dimezzare la sua resistenza.
    (c) Aumentare il tempo di funzionamento.
    (d) Raddoppiare la sua resistenza.
    (e) Diminuire l'energia elettrica assorbita.

2.10 Esercizi

1. Su una carica $q = 2 \cdot 10^7 C$, posta in un punto P di un campo elettrico, si esercita una forza di 0,01 N diretta verso destra.
   (a) Quanto vale l'intensità del campo $\vec{E}$ nel punto P ?
   (b) Disegna direzione e verso del campo $\vec{E}$ nel punto P.
   (c) Di quanto varia l'intensità del campo $\vec{E}$ se la carica q raddoppia ?
2. Una carica q = 2C spostandosi da un punto A ad un punto B cede una energia $\Delta E_{AB} = 50J$. Si calcoli la differenza di potenziale tra i due punti.
3. Per spostare una carica Q pari a 18 C da un punto A ad un punto B distanti tra loro 5 m occorre compiere un lavoro di di 20J. determinare la differenza di potenziale V_{AB}.
4. Dato il seguente circuito elettrico (E= 5V, R= 100W) determinare l'energia ceduta dalla batteria ad una quantità di carica elettrica Q=2,2C per spostarla dal punto A al punto B.
5. Un conduttore viene attraversato da una corrente continua di 20 mA. Determinare la quantità di carica che attraversa una sezione del conduttore in 5 ms.
6. Un conduttore, a causa di una differenza di potenziale E pari a 12V, a cui è sottoposto, viene attraversato da una corrente elettrica di 20 mA. Si determinino la sua resistenza e la sua conduttanza.
7. Determinare la resistenza di una matassa di filo di rame di lunghezza l=200m e sezione S =2.5 mm^2 tenendo conto che la resistività del rame, alla temperatura di 20°C, è pari a $1.78 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$.
8. Dato un cavo commerciale di rame ($\rho = 0,0178 \times \omega \times mm^2/m$) della lunghezza di 200 m ed avente resistenza inferiore a 2 Ω alla temperatura di 80 °C. Determinare:
   (a) la sua sezione commerciale;
   (b) la caduta di tensione ai suoi capi, qualora esso sia attraversato da una densità di corrente di 5,2 A/mm^2;
   (c) la sezione teorica di un cavo in alluminio avente la stessa lunghezza e la stessa resistenza ed operante alla stessa temperatura.
9. Un conduttore di tungsteno ($\alpha = 4.5 \times 10^{-3} °C^{-1}$) presenta una resistenza a $°C$ di 0.7 W. Determinare la resistenza dello stesso conduttore alla temperatura di -15 °C.
10. Si ha a disposizione un resistore da 120 W con tolleranza 5% da 1/2W. Si determini:
    (a) il codice colori;
    (b) il valore minimo e massimo di resistenza che possono essere assunti dal resistore.
11. Una apparecchiatura assorbe una energia pari a 20000 J in 30 s. Si determini:
    (a) la sua potenza;
    (b) la potenza dell'apparecchiatura nell'ipotesi che assorba la stessa energia in 5 minuti.
12. Un motore elettrico sottoposto alla tensione di 220V assorbe una corrente pari a 2,5 A. Si determini la sua potenza.
13. Un motore elettrico da 2 kW viene fatto funzionare secondo il seguente ciclo (30s ON - 10s OFF) per un tempo pari ad otto ore. Si determini la quantità di energia in Joule assorbita dal motore.

14. Una lampada alogena da 300W viene lasciata accesa per 12 ore al giorno . Si determini il costo di esercizio giornaliero considerando il costo di un kWh pari a 0,13 euro.

15. Con un contatore elettrico è stata misurata l'energia consumata da una lavatrice da 1200W. Il valore letto sul contatore è di 1, 5 kWh. Si determini per quanto tempo la lavatrice è rimasta in funzione.

16. Si ha a disposizione un resistore da 120 W con tolleranza 5% da 1/2W. Si determini:
    (a) il codice colori;
    (b) il valore minimo e massimo di resistenza che possono essere assunti dal resistore;
    (c) la corrente massima che può circolare attraverso di esso;
    (d) la massima tensione di lavoro a cui può operare.

17. Una stufa elettrica sottoposta alla tensione di rete assorbe una intensità di corrente di 1,2 A. Si determini:
    (a) la resistenza R della stufa elettrica;
    (b) la potenza P assorbita;
    (c) l'energia elettrica, espressa in Joule, dissipata dalla stufa elettrica in due ore e mezza;
    (d) il calore, espresso in kilocalorie, prodotto dalla stufa elettrica nello stesso intervallo di tempo.

18. Si devono portare 5 kg di acqua dalla temperatura di 25°C a 100°C utilizzando un ebollitore elettrico perfettamente isolato e alimentato dalla rete, avente una resistenza di 10W. Si determini:
    (a) l'energia necessaria, espressa in Wh;
    (b) il tempo impiegato.

19. Disegnare lo schema di inserzione di un wattmetro

Capitolo 3

BIPOLI ELETTRICI

3.1 Caratteristica esterna dei bipoli elettrici

La tensione e la corrente di un bipolo elettrico sono legate da una relazione biunivoca che può essere espressa in forma analitica mediante le seguenti relazioni:

$$\Delta V = f(I) \tag{3.1}$$

$$I = g(\Delta V) \tag{3.2}$$

La curva che esprime graficamente sul piano cartesiano la relazione tensione-corrente prende il nome di *caratteristica esterna*. In figura 3.1 è riportato un generico bipolo elettrico e la sua caratteristica esterna.

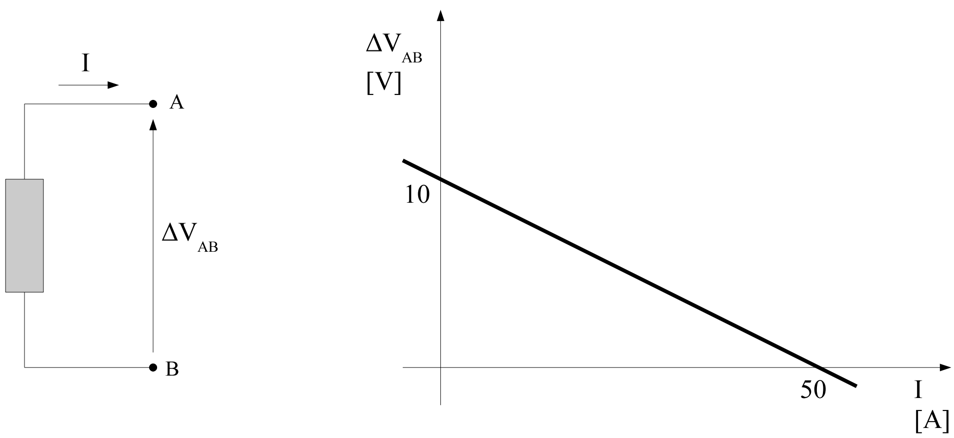


Figura 3.1: Caratteristica esterna di un bipolo elettrico.

Sull'asse delle ascisse è stata posta la corrente e sull'asse delle ordinate la tensione. In questo modo si è implicitamente optato di rappresentare la relazione $\Delta V = f(I)$. Nulla vieta di porre sull'ascissa la tensione e in ordinata la corrente in modo da rappresentare graficamente la relazione $I = g(\Delta V)$.

L'aggettivo *esterna* indica che il grafico descrive il comportamento del bipolo elettrico dal punto di vista esterno, ossia del circuito elettrico a cui è collegato, senza tener conto dei fenomeni che avvengono all'interno del bipolo. La caratteristica esterna può essere ottenuta sperimentalmente imponendo al bipolo una serie di valori di corrente, o di tensione, e misurando per ciascuno di essi la tensione e la corrente, che interessa il bipolo. Le coppie di valori (V,I) ottenuti vengono poi riportate su un diagramma.

La forma della caratteristica esterna permette di distinguere i bipoli elettrici in:

- bipoli lineari;
- bipoli non lineari.

La caratteristica dei bipoli lineari è una retta, mentre la caratteristica dei bipoli non lineari è una curva.

Un tipico esempio di bipolo non lineare è il diodo (Figura 3.2), un dispositivo elettronico realizzato con materiali semiconduttori.

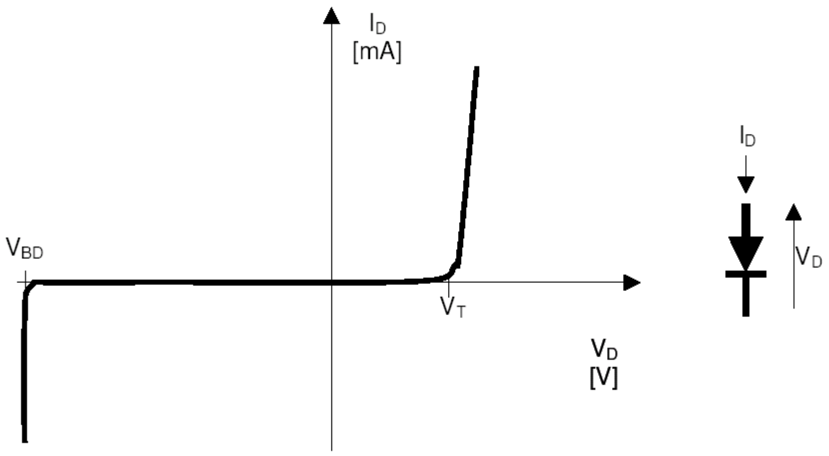


Figura 3.2: Caratteristica esterna di un diodo.

3.2 Tensione a vuoto e corrente di cortocircuito

Esaminando la caratteristica esterna di un bipolo elettrico è possibile definire le due seguenti grandezze:

Tensione a vuoto V_0. E' la tensione che si ha ai morsetti del bipolo quando è nulla la corrente che vi circola, ovvero quando i due morsetti del bipolo sono sconnessi dal sistema elettrico. Il suo valore è dato dalla tensione nel punto di intersezione della caratteristica esterna con l'asse delle tensioni (I = 0).

Corrente di cortocircuito I_{cc}. E' la corrente che si manifesta nel bipolo elettrico quando è nulla la tensione ai morsetti, ovvero quando i due morsetti del bipolo sono connessi direttamente tra di loro. Il suo valore è dato dalla corrente nel punto di intersezione della caratteristica esterna con l'asse delle correnti ($\Delta V = 0$).

In base ai valori assunti da V_0 e I_{cc} i bipoli elettrici si suddividono in:

- **bipoli passivi**, quando sia la tensione a vuoto che la corrente di cortocircuito sono entrambe e, di conseguenza, la caratteristica voltamperometrica passa per l'origine degli assi.
- **bipoli attivi**, quando sia la tensione a vuoto che la corrente di cortocircuito sono entrambe diverse da 0 e, di conseguenza, la caratteristica non passa per l'origine degli assi.

Esempi di bipolo passivo sono:

- il resistore: in esso avviene la trasformazione di energia elettrica in calore.

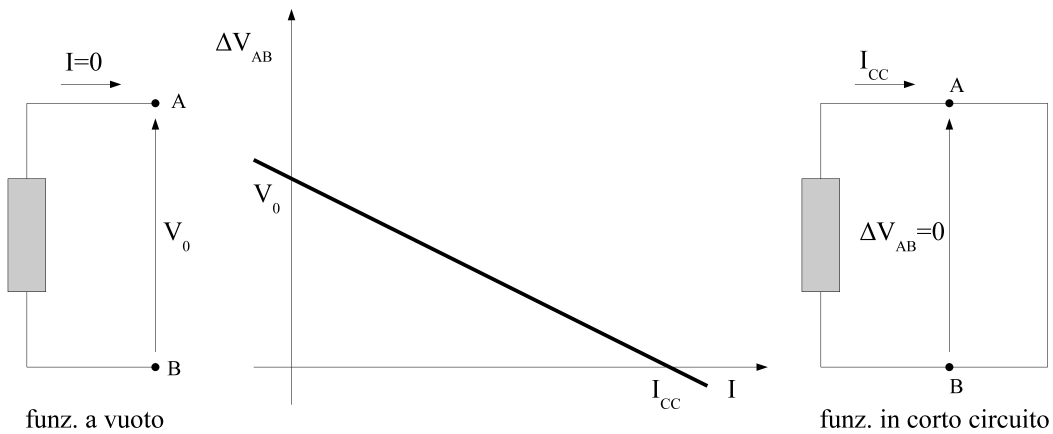


Figura 3.3: Tensione a vuoto e corrente di cortocircuito.

- il condensatore: in esso avviene la trasformazione di energia elettrica in energia potenziale elettrostatica.
- l'induttore: in esso avviene la trasformazione di energia elettrica in energia potenziale magnetica.

Esempi di bipolo attivo sono:

- il generatore a corrente continua[1]; in esso avviene la trasformazione di energia meccanica in energia elettrica.
- il motore a corrente continua: in esso avviene normalmente la trasformazione di energia elettrica in energia meccanica.
- La pila: essa trasforma energia chimica in energia elettrica.

Occorre tenere presente che sia il generatore che il motore a corrente continua sono due esempi di macchine elettriche, e come tali godono della proprietà di *reversibilità*. Ad esempio, se si impone la rotazione dell'albero di un motore a corrente continua ai capi dei due morsetti di alimentazione si rileva la presenza di una tensione; ciò significa che sta funzionando come un generatore. Se invece applichiamo una tensione ai capi di un generatore a corrente continua si nota che il suo albero inizia a muoversi, ovvero esso sta funzionando come motore.

Le pile generalmente non godono della proprietà di reversibilità, anche se nel caso delle pile ricaricabili si cerca di ottenere qualcosa di simile.

Da questa carrellata si può intuire che i bipoli attivi sono bipoli elettrici che sono in grado di funzionare sia da generatori che da utilizzatori, mentre i bipoli passivi possono funzionare solo da utilizzatori; infatti, quando vengono isolati dal resto del sistema elettrico attraverso un cortocircuito o aprendo il circuito (funzionamento a vuoto) non sono in grado nè di erogare corrente nè di mantenere autonomamente una tensione ai loro capi.

Nei bipoli attivi, a differenza dei passivi, i due morsetti sono dotati di segno, o polarità. In particolare, quando essi funzionano da generatori il morsetto da cui fuoriesce la corrente è denominato morsetto positivo, mentre quando funzionano da utilizzatori il morsetto positivo è il morsetto da cui entra la corrente.

Riassumendo nei **bipoli passivi** avviene la trasformazione di energia elettrica in calore od in energia ancora di tipo elettrico, mentre nei **bipoli attivi** avviene la trasformazione di altra energia in energia elettrica oppure di energia elettrica in energia diversa dall'energia termica e dall'energia elettrica.

[1] Denominato comunemente *dinamo*

La determinazione sperimentale della caratteristica esterna di un bipolo attivo funzionante come generatore può essere effettuata con l'ausilio di un reostato R (figura 3.4), ovvero un bipolo passivo dotato di una resistenza variabile in funzione della posizione di una presa intermedia mobile, denominata *cursore*.

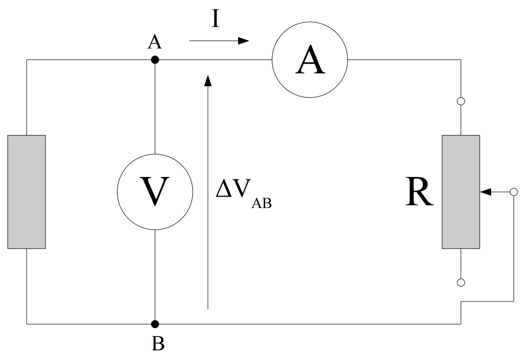


Figura 3.4: Determinazione sperimentale della caratteristica esterna di un bipolo attivo.

Variando la posizione del cursore si ottengono diverse coppie di valori di tensione e corrente rilevati rispettivamente dall'amperometro A e dal voltmetro V. Se il bipolo attivo si comporta in modo lineare tutti i punti individuati dalle le coppie di valori (V,I) devono appartenere alla stessa retta.

Da un punto di vista pratico il funzionamento in cortocircuito è di difficile rilevazione perché ad esso dovrebbe corrispondere una corrente enorme, la quale, a causa dell'effetto Joule, può portare ad un eccessivo riscaldamento dei componenti del circuito di misura. Il funzionamento a circuito aperto, invece, non presenta i pericoli del funzionamento in cortocircuito. Esso si ottiene disinserendo il reostato.

3.3 Bipoli ideali

Lo studio dei sistemi elettrici impone la modellizzazione di alcuni componenti elettrici reali come il generatore elettrico, i carichi resistivi, i conduttori di collegamento, ecc., mediante degli elementi aventi dei comportamenti ben definiti e soggetti a determinate ipotesi semplificative. Per questo motivo vengono introdotti i bipoli elettrici ideali, i quali sono dei bipoli lineari astratti dalla cui composizione possiamo ottenere la modellizzazione di sistemi elettrici anche complessi.

3.3.1 Generatore ideale di tensione

E' un bipolo attivo che mantiene ai suoi morsetti una tensione costante per qualunque corrente erogata. La tensione si indica con E ed è denominata **forza elettromotrice** o **tensione impressa**. La sua equazione caratteristica è:

$$\Delta V = E$$

Il simbolo del bipolo e la sua caratteristica esterna sono rappresentati in figura 3.5.

3.3.2 Generatore ideale di corrente

E' un bipolo attivo che eroga dai suoi morsetti una corrente costante a qualunque tensione. La corrente si indica con I_0 ed è denominata **corrente impressa**. La sua equazione caratteristica è:

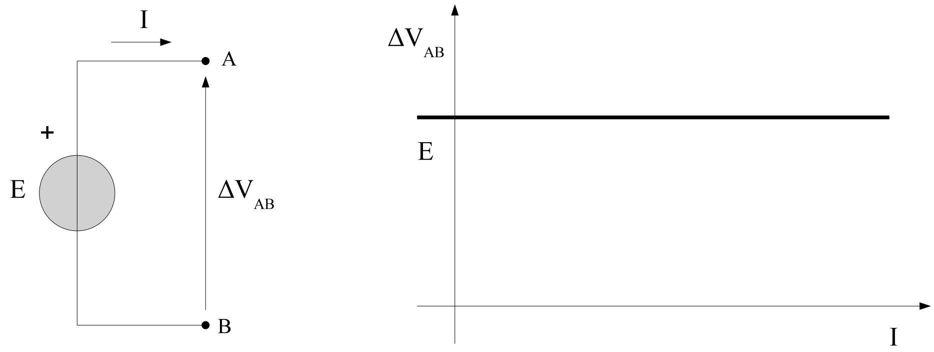


Figura 3.5: Generatore ideale di tensione.

$$I = I_0$$

Il simbolo del bipolo e la sua caratteristica esterna sono rappresentati in figura 3.6.

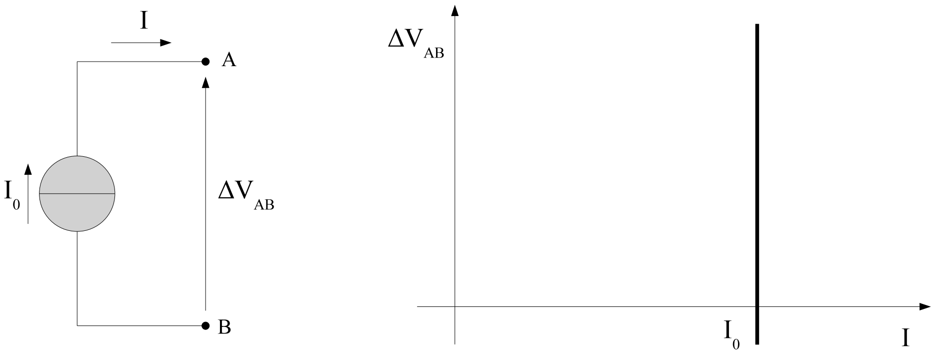


Figura 3.6: Generatore ideale di corrente.

3.3.3 Resistore ideale

E' un bipolo passivo che mantiene un valore di resistenza costante qualunque siano i valori della tensione e della corrente. La sua equazione caratteristica deriva dalla legge di Ohm:

$$\Delta V_{AB} = R \cdot I \qquad I = G \cdot \Delta V_{AB}$$

La caratteristica esterna è una retta passante per l'origine, in conformità al fatto che è un bipolo passivo, avente inclinazione dipendente dal valore di R o di G.

Questo bipolo approssima il comportamento dei resistori reali, nei quali il valore della resistenza dipèende dalla temperatura e da altre cause. Esistono diverse tipologie di resistori, anche molto diverse tra loro, che si differenziano principalmente per la potenza elettrica che sono in grado di dissipare senza subire danni.

3.3.4 Cortocircuito ideale

E' un bipolo passivo che mantiene ai suoi morsetti una tensione nulla per qualunque valore della corrente che lo attraversa. Pertanto la sua equazione è semplicemente:

$$\Delta V_{AB} = 0$$

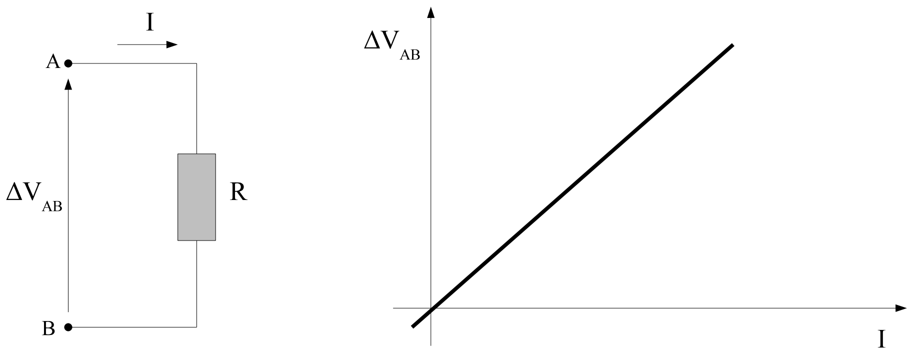


Figura 3.7: Resistore ideale.

Il cortocircuito si rappresenta con una linea. In sostanza possono essere assimilati a cortocircuiti tutti i conduttori di collegamento tra un bipolo e l'altro. Il cortocircuito ideale è assimilabile a un resistore ideale di resistenza nulla per il quale si ha sempre:

$$\Delta V_{AB} = 0 \cdot I = 0$$

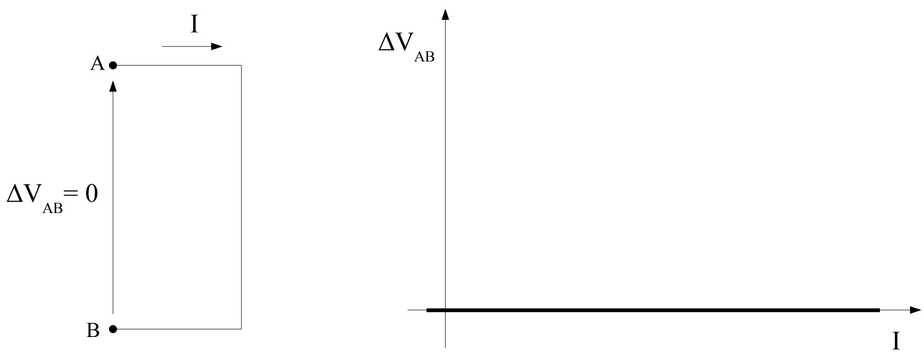


Figura 3.8: Cortocircuito ideale.

3.3.5 Circuito aperto ideale

E' un bipolo passivo interessato da corrente nulla per qualunque valore di tensione posto ai suoi capi. La sua equazione consiste semplicemente in:

$$I = 0$$

Questo bipolo approssima un qualsiasi circuito aperto, come ad esempio un interruttore aperto. Gli interruttori, in realtà, quando sono sottoposti a d.d.p. molto elevate possono essere interessati dal fenomeno dell'arco elettrico. Il circuito aperto ideale può essere considerato anche una resistenza di valore infinito.

Esercizio proposto 3.3.1. *Per ciascuna delle seguenti caratteristiche esterne, espresse in forma analitica, disegnare la loro rappresentazione grafica ed indicare a quale tipo di bipolo appartengono.*

1. $\Delta V = 12 \cdot I$.

2. $I = 10A$.

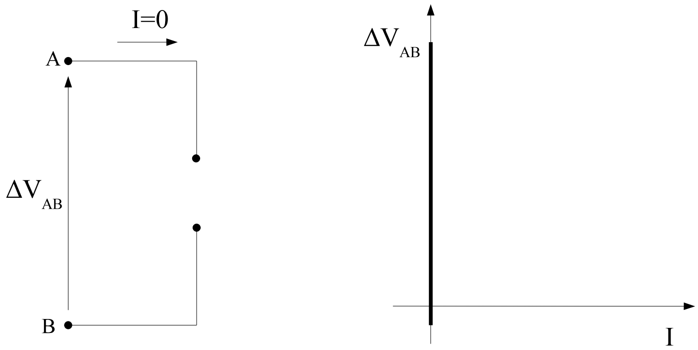


Figura 3.9: Circuito aperto ideale.

3. $\Delta V = 5V$.

4. $I = 0A$.

3.4 Bipoli collegati in serie e in parallelo.

Si considerino due bipoli elettrici collegati come in figura 3.10.

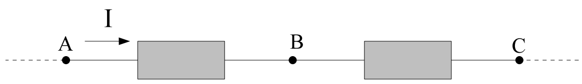


Figura 3.10: Due bipoli in serie.

Il collegamento dei due bipoli della figura è denominato *collegamento in serie*. Esso è tale per cui la corrente che interessa il bipolo con d.d.p V_{AB} è la stessa che interessa il bipolo con d.d.p. V_{BC}. In generale **due o più bipoli elettrici sono collegati in serie quando sono soggetti alla stessa corrente**.

Nella figura 3.11 i bipoli elettrici sono collegati in *parallelo*. In questo caso ciò che li caratterizza è l'essere sottoposti alla stessa differenza di potenziale.

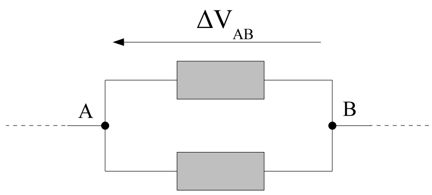


Figura 3.11: Due bipoli in parallelo.

In generale **due o più bipoli elettrici sono collegati in parallelo quando sono sottoposti alla stessa differenza di potenziale**.

3.5 Convenzioni e proprietà delle differenze di potenziale

La differenza di potenziale esistente tra due punti A ed B di un sistema elettrico si può rappresentare con il simbolo V_{AB}, omettendo il simbolo Δ, dove gli indici inferiori (A ed B) indicano tra quali punti del sistema si intende riferita la d.d.p..

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Si rammenta che:

- se $V_A > V_B \quad \Rightarrow \quad V_{AB} > 0$;
- se $V_B > V_A \quad \Rightarrow \quad V_{AB} < 0$.

Occorre prendere bene confidenza con le convenzioni e le proprietà delle d.d.p. per poter risolvere in seguito abbastanza agevolmente sistemi elettrici anche complessi.

Si prendono in considerazione i quattro casi elementari riportati in figura 3.12. Per ciascuno di essi si è indicata la d.d.p. tenendo conto di quanto esposto nel paragrafo 3.3.

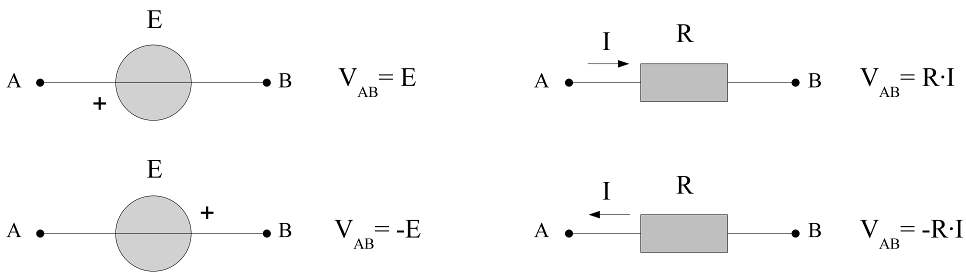
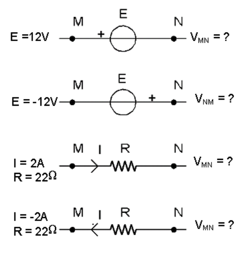


Figura 3.12: d.d.p. in quattro casi elementari.

I casi del generatore ideale di corrente e del circuito aperto non sono stati presi in considerazione perché la d.d.p. ai loro capi dipende dai vincoli imposti dal sistema elettrico in cui essi vengono inseriti.

Esempio 3.5.1. *si determinino le seguenti differenze di potenziale*



Soluzione.

Le d.d.p. calcolate prima sono relative a casi elementari; in generale, però, i punti A e B comprendono più bipoli elettrici. In tale caso è utile ricordare la proprietà fondamentale delle differenze di potenziale: il principio di addittività delle d.d.p.

3.6 Principio di additività delle d.d.p.

Si riprendano in considerazione i due bipoli elettrici collegati in serie della figura 3.10. La differenza di potenziale tra i due estremi A e C si ottiene facendo la somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun bipolo.

Infatti si ha che:

$$V_{AC} = V_A - V_C = V_A - V_B + V_B - V_C = V_{AB} + V_{BC}$$

Le cose non cambiano se si è in presenza di tre o più bipoli collegati in serie (figura 3.13). In generale vale il seguente principio: **la differenza di potenziale ai capi di n bipoli collegati in serie è pari alla sooma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun bipolo elettrico**.

$$V_T = V_1 + V_2 + \ldots + V_n \tag{3.3}$$

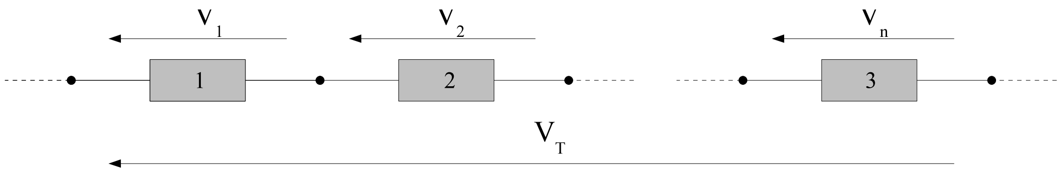
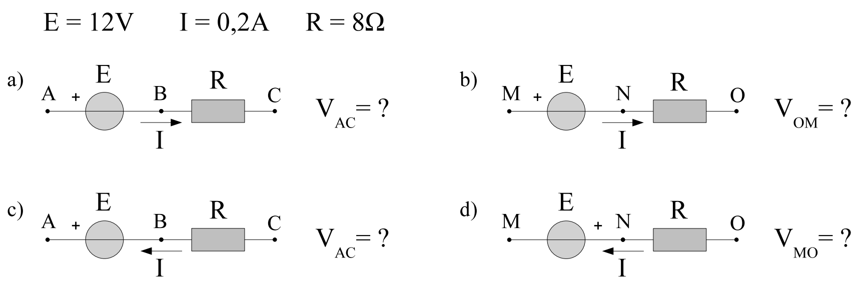


Figura 3.13: d.d.p. per n bipoli in serie.

Esso è conosciuto con il nome di principio di additività delle differenze di potenziale.

Esempio 3.6.1. *Determinare le differenze di potenziale indicate nei seguenti casi.*



Soluzione.

Caso a)

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} = E + R \cdot I = 12 + 8 \cdot 0,2 = 13,6\ V$$

Caso b)

$$V_{OM} = V_{ON} + V_{NM} = (-R \cdot I) + (-E) = -8 \cdot 0,2 - 12 = -13,6\ V$$

3.7 Reti elettriche

Per *rete elettrica si intende un sistema elettrico comunque complesso, realizzato utilizzando componenti elettrici, in cui circolano una o più correnti elettriche.*

Il sistema elettrico completo ed autonomo più semplice possibile è il *circuito elettrico*. L'esempio più elementare di circuito elettrico è già stato visto in precedenza quando sono stati introdotti i concetti di generatore ed utilizzatore.

In figura 3.14 è riportato un circuito elettrico composto solo da un generatore di tensione collegato ad un bipolo resistivo.

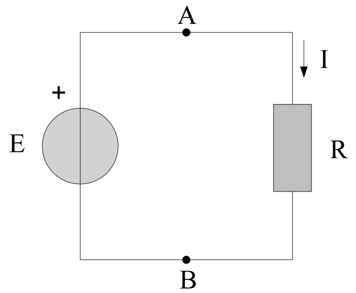


Figura 3.14: Circuito elettrico elementare.

Il circuito è attraversato da una corrente I il cui valore si può determinare agevolmente poiché si sa che la tensione V_{AB} ai capi del bipolo resistivo è pari alla f.e.m. E del generatore ideale di tensione.

Applicando la prima legge di Ohm si ottiene:

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{E}{R}$$

I circuiti elettrici possono avere una complessità maggiore, come ad esempio quello riportato in figura 3.15.

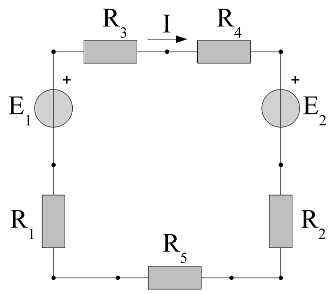


Figura 3.15: Circuito elettrico complesso.

Per quanto possa essere complesso un circuito elettrico, si intuisce che tutti gli elementi che lo compongono sono attraversati dalla stessa corrente elettrica.

Un ulteriore elemento di complicazione è la presenza di eventuali biforcazioni (figura 3.16). In questo caso non si parla non più di circuiti elettrici ma, più propriamente di *reti elettriche*.

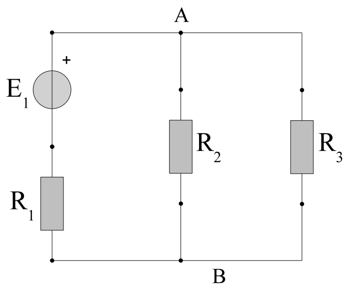


Figura 3.16: Esempio di rete elettrica

Nella rete di figura 3.16 si possono individuare diversi *elementi topologici* [2].
Una rete elettrica è costituita dalla composizione dei seguenti tipi di elementi topologici:

- **maglia**: un possibile percorso chiuso della rete elettrica
- **ramo**: un tronco della rete elettrica, compreso tra due nodi, percorso da una sola corrente.
- **nodo**: punto di confluenza tra tre o più rami.

Ad esempio nella rete di figura 3.16 sono presenti rispettivamente 3 maglie, 2 nodi e 3 rami.

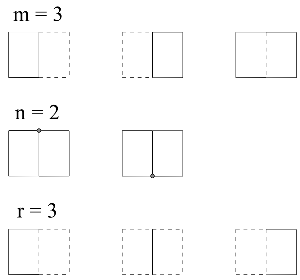


Figura 3.17: Maglie, nodi e rami in una rete elettrica.

Esercizio proposto 3.7.1. *Disegnare una o più reti elettriche e determinare il numero* ***n*** *di nodi, il numero* ***m*** *di maglie ed il numero* ***r*** *di rami presenti in esse.*

3.8 Principi di Kirchhoff

Nello studio delle reti elettriche capita di dover determinare alcune grandezze elettriche incognite (effetti) in base al valore assunto da altre grandezze elettriche note (cause). Per risolvere questo problema è necessario disporre di equazioni che mettano in relazione le cause con gli effetti. Lo scienziato tedesco Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) ricavò i due principi fondamentali per lo studio delle reti elettriche che permettono di scrivere tali equazioni. Egli dedusse i suoi principi da due leggi fisiche generali che non riguardano solo le reti elettriche.

3.8.1 Primo principio di Kirchhoff

Si consideri il nodo riportato in figura 3.18 appartenente ad una generica rete elettrica. In esso convergono diversi rami, ognuno percorso da una corrente elettrica avente il verso convenzionale è indicato in figura.

Si può ragionevolmente ritenere che la corrente totale che esce dal nodo sia uguale alla corrente totale che entra in esso. D'altronde se ciò non accadesse si avrebbe un accumulo od una rarefazione progressiva di cariche elettriche a seconda del termine che risulta maggiore. In pratica si ritiene costante la carica totale presente in ciascuna parte di una rete elettrica ovvero si ritiene valido il *principio di stazionarietà della carica elettrica*.

In regime stazionario la carica elettrica presente nel nodo deve rimanere costante e quindi, in uno stesso intervallo di tempo, alla carica che entra nel nodo deve corrispondere una uguale quantità di carica in uscita da esso.

Quanto appena affermato costituisce ***il primo principio di Kirchhoff***.

[2] Il termine topologico deriva dal greco topòs che significa luogo.

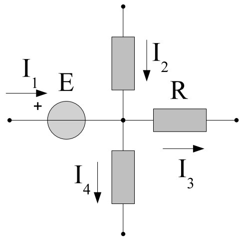


Figura 3.18: Primo principio di Kirchhoff

In un nodo la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti.

$$\sum I_{entranti} = \sum I_{uscenti} \tag{3.4}$$

Considerando positive le correnti entranti e negative le correnti uscenti il primo principio di Kirchhoff può essere espresso nel seguente modo:

In un nodo la somma algebrica delle correnti è nulla.

$$\sum \pm I = 0 \tag{3.5}$$

Applicando il primo principio di Kirchhoff a ciascun nodo di una rete elettrica si ottiene un numero di equazioni lineari pari al numero **n** di nodi. Queste equazioni sono denominate *equazioni di nodo*.

Esempio 3.8.1. *Determinare la corrente* I_2 *entrante nel nodo di figura sapendo che* $I_1 = 2,2A$, $I_3 = 0,1A$ *e* $I_4 = 470mA$.

Soluzione. Dal primo principio di Kirchhoff si ha:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

Per cui:

$$I_2 = I_3 + I_4 - I_1 = 0,1 + 0,47 - 2,2 = -1,63\ A$$

Il segno negativo indica che il verso effettivo della corrente I_2 è opposto a quello riportato in figura, per cui in realtà I_2 è una corrente uscente.

3.8.2 Secondo principio di Kirchhoff

Il campo elettrico, così come quello gravitazionale è di tipo conservativo. Ciò implica che la variazione di energia potenziale subita da una carica di prova q per passare da un punto a un altro della rete non dipende dal percorso seguito. Vediamo cosa comporta questo aspetto.

Si consideri una maglia presente all'interno di una generica rete elettrica (Figura 3.19).

Vogliamo determinare la differenza di potenziale V_{AE}. Applicando il principio di addittività delle d.d.p. possiamo però affermare che:

$$V_{AE} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DE}$$

oppure, in modo equivalente, scegliendo l'altro percorso

$$V_{AE} = V_{AG} + V_{GF} + V_{FE}$$

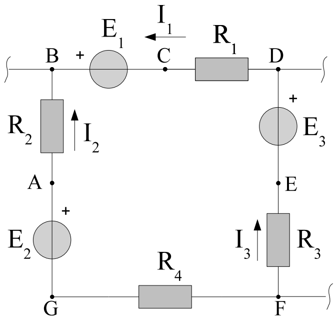


Figura 3.19: Secondo principio di Kirchhoff

Essendo il campo elettrico conservativo è evidente che la differenza di potenziale V_{AE} calcolata nel primo modo è uguale alla differenza di potenziale calcolata nel secondo modo. Mettendo insieme le due relazioni si ottiene

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DE} = V_{AG} + V_{GF} + V_{FE}$$

Da cui, dopo semplici passaggi:

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DE} + V_{EF} + V_{FG} + V_{GA} = 0$$

Si intuisce che tensioni precedentemente elencate non possono assumere tutte solo un valore positivo o solo negativo, ma, in base al regime di funzionamento della rete, alcune di esse saranno positive, altre saranno positive. Pertanto la somma toria precedente non è una soomatoria aritmetica ma algebrica.

Possiamo affermare in termini generali il secondo principio di Kirchhoff nel seguente modo:

In una maglia la somma algebrica delle tensioni è uguale a zero.

La precedente affermazione può essere espressa con un linguaggio matematico mediante la seguente espressione analitica:

$$\sum \pm V_i = 0$$

Per ogni maglia presente in una rete elettrica il secondo principio di Kirchhoff permette di determinare una equazione, denominata (*equazione di maglia*).

Per scrivere correttamente le equazioni di maglia possono essere di aiuto le seguenti regole pratiche:

- fissare un verso di percorrenza
- considerare positive le f.e.m. che hanno il verso concorde con il verso di percorrenza e negative le f.e.m. che hanno il verso discorde con il verso di percorrenza
- considerare positive le cadute di tensione date da correnti concordi con il verso di percorrenza e negative le cadute di tensione date da correnti con il verso concorde con il verso di percorrenza.

Esempio 3.8.2. *Scrivere l'equazione di maglia relativa alla maglia di figura 3.19.*

Soluzione. Utilizzando le regole pratiche appena esposte e fissando il verso di percorrenza orario si ottiene la seguente equazione:

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 + E_3 - R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_2 - E_2 + R_2 \cdot I_2 = 0$$

Rimaneggiando l'equazione dell'esempio 3.8.2 si ottiene la seguente espressione:

$$E_1 - E_2 + E_3 = R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_2$$

Questa espressione suggerisce il seguente modo di enunciare il secondo principio di Kirchhoff.

In una maglia, la somma algebrica delle forze elettromotrici uguaglia la somma algebrica delle cadute di potenziale.

All'enuciato precedente corrisponde la seguente espressione analitica:

$$\sum \pm E = \sum \pm R \cdot I \tag{3.6}$$

Esercizio proposto 3.8.1. *Determinare tutte le equazioni di maglia relative alla rete elettrica di figura 3.20.*

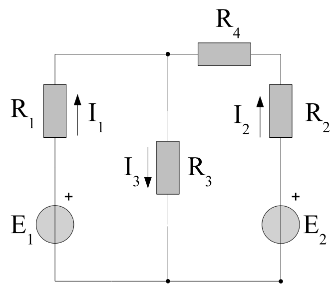


Figura 3.20: Esercizio proposto 3.8.1.

Esercizio proposto 3.8.2. *Per la rete di figura determinare la tensione V_{AB}, la tensione V_{AD}, la tensione V_{AC}, la corrente I_2, le equazioni ai nodi e le equazioni di maglia.*

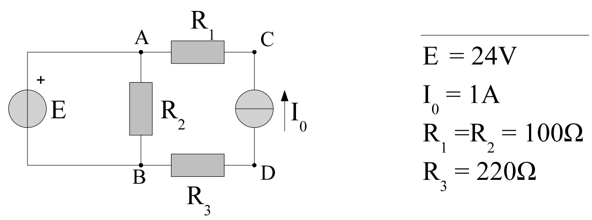


Figura 3.21: Esercizio proposto 3.8.2.

3.9 Risoluzione di circuiti chiusi

I circuiti elettrici sono reti elettriche composte da una sola maglia. In essi non sono presenti nodi, pertanto vi circola una sola corrente I e i bipoli sono connessi in serie.

Iniziamo da un esempio. Si consideri il circuito elettrico riportato in figura 3.22. Per l'azione del generatore di tensione scorre una corrente I che provoca due cadute di tensione su R_1 e su R_2.

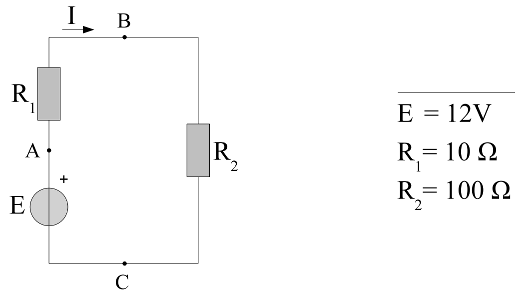


Figura 3.22: Soluzione di un circuito elettrico

Risolvere questo circuito elettrico equivale a determinare il valore della corrente I che circola in esso. Il verso della corrente è stato fissato tenendo conto che in un generatore la corrente esce dal morsetto positivo.

Applichiamo il secondo principio di Kirchhoff scegliendo il verso orario e partendo dal punto

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} = 0$$

Sostituendo, si ha:

$$R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + (-E) = 0$$

$$E = (R_1 + R_2) \cdot I$$

Da cui si ottiene:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{10 + 100} \cong 0,109A$$

Analizziamo ora un caso più complesso.

Esempio 3.9.1. *Determinare la corrente I che circola attraverso il seguente circuito.*

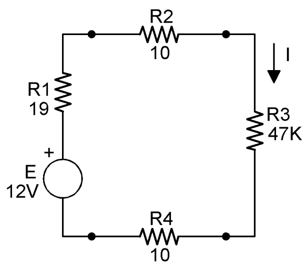


Figura 3.23: Esempio 3.9.1

Soluzione. Applicando Kirchhoff si ottiene:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12 - 60}{0,2 + 0,3 + 19,5} = -2,4A$$

Il segno negativo indica che la corrente scorre effettivamente nel verso opposto. Questo aspetto poteva essere intuito subito considerando che la f.e.m. E_2 prevale sulla f.e.m. E_1 e quindi è essa che impone il verso alla corrente.

Osservando le espressioni trovate per la corrente I negli esempi precedenti possiamo enunciare quella che è comunemente conosciuta come *legge di Ohm per un circuito chiuso.*

La corrente circolante in un circuito chiuso è data dal rapporto tra la somma algebrica delle f.e.m. del generatore e la resistenza totale del circuito

---

Esercizio proposto 3.9.1. *Nell'esempio 3.9.1 il verso della corrente I è stato fissato tenendo conto della polarità del generatore di tensione E_1. Cosa sarebbe successo se avessimo scelto il verso opposto ?*

Esercizio proposto 3.9.2. *Determinare la d.d.p. V_{EC} dell'esempio 3.9.1.*

3.10 Bipoli equivalenti

Un bipolo si dice ***equivalente*** *ad una rete elettrica, vista da due punti A e B, quando applicando al bipolo equivalente la stessa differenza di potenziale V_{AB} applicata alla rete si ottiene la stessa corrente I.*

In pratica se si sostituisce la porzione di rete designata con il suo bipolo equivalente la rete elettrica esterna alla rete designata non modifica il suo comportamento.

Una prima applicazione del concetto di bipolo equivalente si rende disponibile con le reti di resistori, ovvero reti elettriche in cui sono presenti solo resistori.

Definizione di resistenza equivalente

Una resistenza si dice ***equivalente*** *di una rete di resistori vista da due punti A e B quando applicando alla resistenza la stessa differenza di potenziale V_{AB} applicata alla rete si ottiene la stessa corrente I.*

La seguente figura mostra una rete di resistori e la sua resistenza equivalente rispetto ai punti A e B.

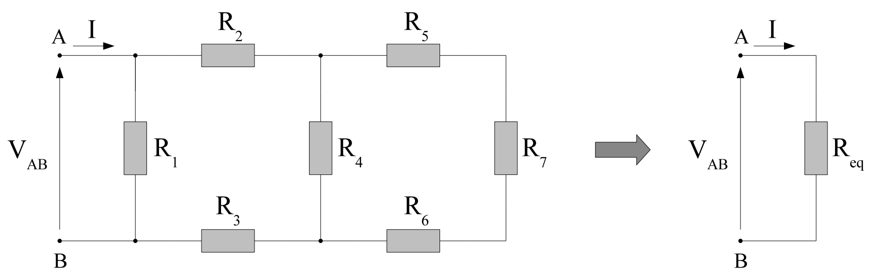


Figura 3.24: Resistenza equivalente di una rete di resistori

La resistenza equivalente si può ottenere operativamente calcolando la corrente I che attraversa la rete elettrica in funzione della d.d.p. V_{AB} ed effettuando poi il rapporto tra V_{AB} e l'espressione I. Si noterebbe che, immancabilmente, la tensione V_{AB} presente sia al numeratore che al denominatore si semplifica ottenendo così un'espressione dipendente dai soli valori delle resistenze.

In realtà, per ottenere la resistenza equivalente di una rete di resistori si segue un algoritmo in cui è di grande aiuto considerare la rete elettrica come una composizione di resistori in serie e in parallelo.

3.10.1 Resistori in serie

Vogliamo determinare la resistenza equivalente di n resistori collegati in serie. Consideriamo, a tale scopo, gli n resistori della figura , a cui è applicata la tensione V_{AB} ed attraversati dalla corrente I.

Applichiamo il secondo principio di Khirchhoff al circuito di figura:

Sapendo che la resistenza equivalente di ottiene facendo il rapporto tra V_{AB} ed I

otteniamo che:

Nel caso di tre resistori in serie, utilizzando lo stesso procedimento otteniamo:

Generalizzando ad **n** resistori in serie si ha:

Osservazioni

Le formule precedenti ci permettono di fare le seguenti osservazioni:

- La resistenza equivalente di più resistori in serie è sempre più grande della più grande delle resistenze.
- La serie di due resistenze uguali è pari al doppio del valore della singola resistenza

3.10.2 Resistori in parallelo

Due o più dipoli sono in parallelo quando sono connessi tra loro in modo tale da essere sottoposti alla stessa differenza di potenziale. Vogliamo determinare la resistenza equivalente di due resistori in parallelo.

Applichiamo il primo principio di Khirchhoff al nodo A della rete di figura:

$$TRIALRESTRICTION$$

TRIAL RESTRICTION Applicando la legge di Ohm ai resistori R_1 e R_2 si ha:

$$TRIALRESTRICTION \quad TRIALRESTRICTION$$

Sostituendo nell'espressione di I si ottiene:

da cui, sapendo che la resistenza equivalente di ottiene facendo il rapporto tra V_{AB} ed I:

Nel caso di tre resistori in parallelo, utilizzando lo stesso procedimento otteniamo:

Generalizzando ad **n** resistori in parallelo si ha:

3.10.3 Resistori in serie-parallelo

3.10.4 Resistori collegati a stella e a triangolo

3.11 Partitori di tensione e corrente

3.11.1 Partitori di tensione

Il partitore di tensione è una rete elettrica, composta da due resistori in serie e da una forza elettromotrice, schematizzabile nella sua forma più semplice come in figura.

Scopo del partitore di tensione è ***ottenere una tensione di uscita V_O di valore inferiore della tensione di alimentazione V_{IN} del partitore stesso***.

Si possono distinguere due situazioni

Partitore ohmico a vuoto (IO = 0)

Partitore ohmico sotto carico (IO $\neq$ 0)

3.11.2 Partitori di corrente

Il partitore di corrente è una rete elettrica, composta da due resistori in parallelo, schematizzabile nella sua forma più semplice come in figura.

Scopo del partitore di corrente è di ***erogare al carico una corrente I_{RL} di valore inferiore alla corrente di alimentazione I del partitore stesso***.

3.12 Bilancio energetico in un circuito elettrico

3.13 Generatore reale di tensione

3.14 Generatore reale di corrente

3.14.1 Equivalenza tra il generatore reale di tensione ed il generatore reale di corrente

Il generatore reale di tensione ed il generatore reale di corrente sono due modelli dello stesso sistema elettrico, il generatore elettrico.

Le condizioni di equivalenza tra il generatore reale di tensione e il generatore reale di corrente si determinano sottoponendo entrambi i gneratori allo stesso carico e imponendo che la corrente I_C e la tensione V_C presenti sul carico siano uguali.

3.15 Domande

1. Esprimere la definizione di circuito elettrico.
2. Che cosa è la forza elettromotrice ?
3. Che differenza c'è tra generatore elettrico e una f.e.m. ?
4. Perché il motore elettrico viene considerato un bipolo attivo alla stregua di un generatore di tensione ?
5. Disegnare e spiegare la caratteristica esterna del generatore reale di tensione.
6. Che cos'é la tensione a vuoto di un bipolo ?
7. Scrivere le espressioni delle potenze e del rendimento del generatore reale di tensione.
8. Definire cosa si intende per nodo, ramo e maglia di una rete elettrica.
9. Cosa si intende per bipoli attivi e passivi ?
10. Quando due o più resistori sono collegati in parallelo ?
11. Quando due o più resistori sono collegati in serie ?
12. Quando due reti di resistori sono equivalenti ?
13. Dimostrare che, collegando in serie due resistori R_1 e R_2 aventi rispettivamente resistenza R e 2R, le tensioni sui due bipoli sono rispettivamente sono 1/3 e 2/3 di quella totale.

3.16 Esercizi

1. Date le seguenti reti elettriche determinare per ciascuna di esse il numero n di nodi, il numero r di rami e ed il numero m di maglie, avendo cura anche di identificare ogni nodo, ramo e maglia in modo univoco.

2. Dato il seguente circuito elettrico, dopo aver assegnato una lettera ad ogni net equipotenziale e aver assegnato il verso convenzionale della corrente elettrica, determinare:

   (a) L'equazione di maglia

   (b) L'espressione algebrica della corrente elettrica I che lo attraversa.

   (c) Il valore numerico della corrente elettrica

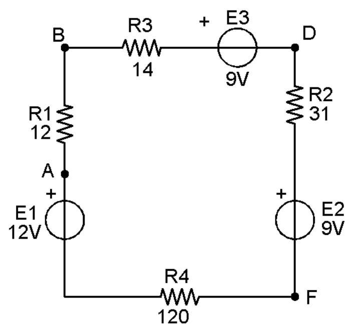
3. . Dato il circuito di figura determinare:

   (a) L'espressione algebrica ed il valore numerico della corrente I che lo attraversa.

   (b) Le differenze di potenziale V_{FB} e V_{AD}

   (c) La potenza totale dissipata da tutti i resistori.

   (d) La potenza totale erogata da tutti i generatori di tensione.



4. Determinare l'espressione della resistenza equivalente tra i punti A e B nel caso delle seguenti reti di resistori.

5. Calcolare per il circuito di figura la corrente in intensità e verso.

6. Data la seguente rete elettrica di figura:

   (a) Determinare la resistenza equivalente vista dal generatore di tensione.

   (b) Determinare la corrente Ig uscente dal generatore di tensione.

   (c) Determinare le equazioni di maglia e di nodo necessarie per determinare le correnti incognite di ramo

   (d) Risolvere il sistema di equazioni ottenuto al punto c.

7. Dato il partitore ohmico di figura determinare:

   (a) La tensione a vuoto ai capi dei morsetti 1 e 2

   (b) La tensione sotto carico ai capi dei morsetti 1 e 2 qualora si applichi una resistenza Rc pari a 2.2 kΩ.

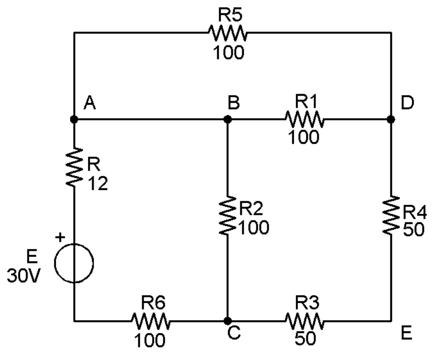
8. Per il circuito di figura, costituito da un generatore di tensione (pila) che alimenta una rete da resistori da 1/4W si determini:

   (a) La corrente erogata dalla batteria

(b) La potenza fornita dalla batteria al carico

9. Per la rete elettrica di figura 9 si determini:

   (a) Dopo aver indicato i versi, le correnti e le tensioni di ognuno dei bipoli resistivi.
   (b) La tensione V_{AE}
   (c) La potenza generata, la potenza persa e la potenza utile.
   (d) Il rendimento del generatore
   (e) La resistenza di carico vista dal generatore reale.
   (f) Una coppia di valori R_2 e R_6 per cui il rendimento percentuale assume un valore pari al 50%
   (g) La resistenza di carico vista dal generatore reale qualora si sostituisca il cortocircuito tra i punti A e B con bipolo resistivo da 100 Ω

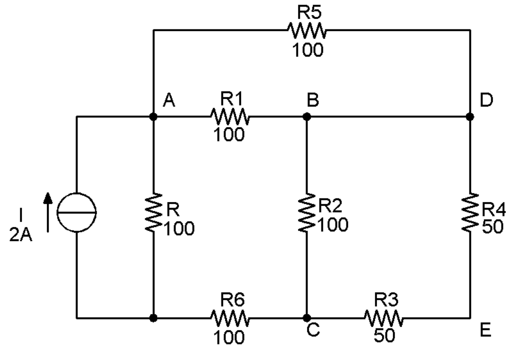


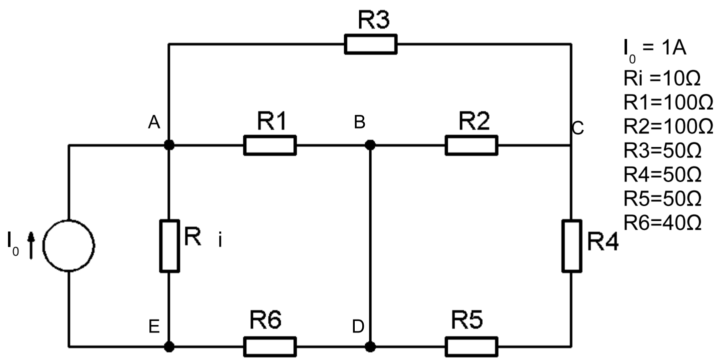
10. Per la rete elettrica di figura 10 si determini:

    (a) La conduttanza di carico vista dal generatore reale.
    (b) Dopo aver indicato i versi, le correnti e le tensioni di ognuno dei bipoli resistivi.
    (c) La tensione V_{AE}
    (d) La potenza generata, la potenza persa e la potenza utile.
    (e) Il rendimento del generatore
    (f) Le equazioni di nodo.
    (g) Una coppia di valori R2 e R6 per cui il rendimento percentuale assume un valore pari al 50.
    (h) La resistenza di carico vista dal generatore reale qualora si sostituisca il cortocircuito tra i punti B e D con un bipolo resistivo da 100Ω.

11. Per la rete elettrica di figura 11 si determini:

    (a) La conduttanza di carico vista dal generatore reale.
    (b) La tensione V_C e la corrente I_C applicate al carico.
    (c) Le correnti e le tensioni applicate ad ognuno dei bipoli resistivi.
    (d) La tensione V_{AD}
    (e) La potenza generata, la potenza persa e la potenza utile.
    (f) Il rendimento del generatore
    (g) Le equazioni di nodo.





(h) Una coppia di valori R1 e R6 per cui il rendimento percentuale assume un valore pari al 50.

(i) La resistenza di carico vista dal generatore reale qualora si sostituisca il cortocircuito tra i punti B e D con un bipolo resistivo da 100Ω.

3.17 Laboratorio

3.17.1 Esercitazione sulle tensioni e sui resistori.

Schema elettrico :

TRIAL RESTRICTION

Componenti

n ° 2 resistori

Strumenti ed attrezzatura

n ° 1 voltmetro analogico

n ° 1 alimentatore da banco 30Vcc/5A

Procedimento

Si prenda in considerazione il seguente circuito elettrico. Si devono misurare le tensioni V_{AB}, V_{BC} e V_{AC}.

- Disegnare sul quaderno di pratica per ciascuna delle misure da effettuare il circuito di misura evidenziando con un + il morsetto positivo del voltmetro analogico.
- Riportare a lato di ciascuno disegno la misura effettuata.
- Alla fine riportare le proprie conclusioni.

3.17.2 Esercitazione sulle correnti e sui resistori

Verifica del principio di additività delle d.d.p..

Obiettivi didattici:

- Conoscere il principio di additività delle differenze di potenziale
- Saper applicare la legge di Ohm per un circuito chiuso

Schema elettrico:
TRIAL RESTRICTION
Procedimento

1. Montare lo schema di figura un alimentatore duale per generare le f.e.m. E1 ed E2.
2. Misurare con l'ausilio di un multimetro e riportare su una apposita tabella le differenze di potenziale V_{AB}, V_{BC}, V_{CD}, ., ecc., ponendo **particolare attenzione** alla polarità del voltmetro.
3. Misurare la corrente I che attraversa il circuito.
4. Verificare il principio di additività delle d.d.p.
5. Verificare la legge di Ohm per un circuito chiuso.
6. Ripetere i punti 2, 3, 4 e 5 dopo aver invertito la polarità del generatore E2.
7. Stendere la relazione di laboratorio secondo lo schema usuale.

Domande
- Qual'è l'effetto dell'inversione di polarità del generatore E2 sulla corrente elettrica ? Perché?

3.17.3 Verifica sperimentale del primo e del secondo principio di Kirchhoff

Obiettivi didattici:

- Conoscere il primo ed il secondo principio di Kirchhoff
- Saper determinare la resistenza equivalente di una rete di resistori

Schema elettrico:
Procedimento:

1. Determinare la resistenza equivalente vista dal generatore di tensione E
2. In base al valore della resistenza equivalente appena determinata calcolare la corrente I emessa dal generatore.
3. Dopo aver realizzato la rete elettrica misurare le correnti I_1, I_2, I_3 e le d.d.p. V_{AC}, V_{AB}, V_{BC}.
4. Determinare, in base alle misure effettuate, la relazione esistente tra le correnti I_1, I_2, ed I_3
5. Determinare, in base alle misure effettuate, la relazione esistente tra le tensioni V_{AC}, V_{AB}, V_{BC}

Misura di resistenza con il metodo voltamperometrico (con confronto inserzioni a monte e a valle)

Schemi elettrici

Strumentazione ed attrezzatura
N ° 1 Alimentatore variabile 30Vcc/0÷5A
N ° 2 tester analogici
Cavetti per il collegamento

Procedimento
Predisporre lo schema a monte, verificare le connessioni e le portate degli strumenti
Dare alimentazione in modo graduale
Effettuare le misure di Δ_A e di Δ_V e determinare subito direttamente I,V e indirettamente Rx
Ripetere il punto 3 per valori crescenti di E (quattro o cinque)
Predisporre lo schema a valle e ripetere i punti 1,2,3,4
Tracciare il diagramma V-I e determinare il valor medio di Rx per entrambe le inserzioni
Confrontare i risultati ed esprimere le conclusioni.

Domande
I valori di Rx misurati sono uguali ? Perché?
Che differenza passa tra una misura diretta ed una misura indiretta ?

Capitolo 4

RETI ELETTRICHE IN CORRENTE CONTINUA

4.0.4 Approfondimenti sulla misura di resistenza con il metodo voltamperometrico

Il valore di una resistenza può essere misurato indirettamente mediante la misura della tensione a cui è sottoposta e della corrente che la attraversa. Si possono utilizzare due modalità di inserzione degli strumenti: voltmetro a valle dell'amperometro e voltmetro a monte dell'amperometro.

Voltmetro a valle

Questa inserzione è preferibile per misure di piccole resistenze, perché la resistenza interna del voltmetro R_V è allora molto più grande della resistenza incognita R_X.

Voltmetro a monte

Questa inserzione è preferibile per misure di grandi resistenze, perché la resistenza interna dell'amperometro R_A è allora molto più piccola della resistenza incognita R_X.

4.1 Risoluzione delle reti elettriche lineari

La risoluzione di una rete elettrica dotata di r rami consiste nella *determinazione delle correnti circolanti in ciascun ramo della rete elettrica.*

Dal valore assunto da ciascuna corrente di ramo si risale facilmente alle tensioni applicate a ciascun bipolo applicando le equazioni caratteristiche di ciascuno di essi.

In realtà non sempre è richiesta la soluzione completa della rete elettrica, a volte è richiesta la determinazione della corrente in un solo ramo o della tensione ai capi di un certo bipolo. Si possono pertanto distinguere due categorie di problemi:

- Risoluzione completa della rete elettrica.
- Risoluzione parziale della rete elettrica.

Una rete elettrica è lineare quando tutti i bipoli elettrici che la compongono sono lineari. L'ipotesi di linearità permette di applicare per la soluzione completa o parziale di una rete elettrica una serie di metodi e di teoremi che facilitano notevolmente il compito. Nei seguenti paragrafi vengono esposti tali strumenti.

4.2 Risoluzione completa di una rete elettrica con il metodo di Kirchhoff

Il seguente problema è un tipico esempio della prima categoria di problemi. Ad esso possiamo ottenere una soluzione applicando gli strumenti di soluzione finora visti.

Esempio 4.2.1. *Si determinino le correnti circolanti nei rami e le tensioni ai capi di ciascun bipolo passivo della rete elettrica di figura 4.1 ($R_1 = R_2 = 10\Omega, R_3 = 15\Omega, E_1 = 60V$)*

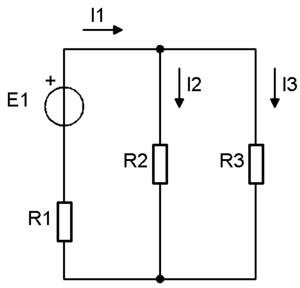


Figura 4.1:

Soluzione. Si determina innanzitutto la resistenza totale R_{eq} vista dalla f.e.m. E_1.

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 70\Omega$$

Quindi si determina I_1

$$I_1 = \frac{E}{R_{eq}} \cong 0.857A$$

e poi I_2 e I_3, applicando la regola del partitore di corrente:

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_1 \cong 0.6 \cdot 0.857 = 0.514A$$

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_1 \cong 0.4 \cdot 0.857 = 0.343A$$

L'utilizzazione empirica dei principi e delle regole viste finora risulta agevole finché si opera in condizioni relativamente semplici. Infatti, nell'esempio precedente basta che in serie al resistore R_1 vi sia un generatore ideale di tensione perché esso non possa essere risolto applicando lo stesso metodo.

Per risolvere tale problema ci vengono in aiuto i principi di Kirchhoff. Data una rete elettrica generica composta da n nodi, r rami ed m maglie, per risoluzione della stessa si intende il calcolo delle correnti convenzionali di ciascun ramo in valore e verso.

Poiché le incognite sono in numero di r, occorre disporre di un sistema di r equazioni indipendenti. Queste possono essere determinate con l'ausilio del primo e del secondo principio di Kirchhoff mediante l'applicazione del seguente metodo.

1. Assegnazione dei versi alle correnti di ciascun ramo.
2. Scrittura di n - 1 equazioni di nodo.
3. Scelta di r - (n - 1) maglie indipendenti e del loro verso di percorrenza.
4. Scrittura di r - (n - 1).
5. Risoluzione del sistema di r equazioni.
6. Interpretazione dei segni delle correnti convenzionali ottenute per stabilire il verso effettivo delle correnti.

Una maglia è indipendente quando non risulta da nessuna composizione delle maglie indipendenti già scelte.

Esempio 4.2.2. *Si determinino le correnti circolanti nei rami e le tensioni ai capi di ciascun bipolo passivo della rete elettrica di figura 4.2 ($R_1 = R_2 = 10\Omega, R_3 = 15\Omega, E_1 = 60V, E_2 = 40V$)*

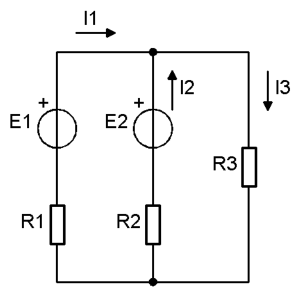


Figura 4.2:

Soluzione.

Osservazione

Questo metodo, soprattutto se il numero di correnti da determinare è elevato, è piuttosto pesante da un punto di vista computazionale. Pertanto, prima di risolvere una rete elettrica con il metodo di Kirchhoff è opportuno chiedersi se questa può essere risolta con un altro metodo, o almeno ridotta ad una forma più semplice.

Vediamo una serie di accorgimenti:

- Togliere un ramo (attivo o passivo) quando non è percorso da corrente

- Togliere un ramo passivo quando è in parallelo ad un cortocircuito.
- In presenza di un generatore di corrente si toglie una delle equazioni alle maglie con l'avvertenza di non scegliere come maglie quelle che includono i generatori di corrente.

4.3 Bilancio delle potenze in una rete elettrica

4.4 Metodo delle correnti di maglia

4.5 Metodo dei potenziali ai nodi

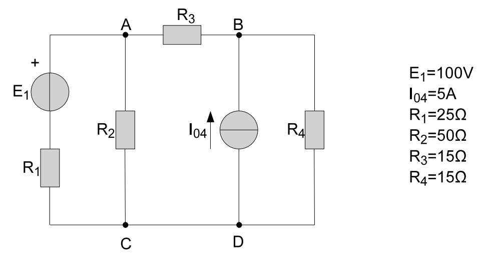
4.6 Domande

1. Enunciare il teorema di Millman, disegnare una rete di almeno quattro lati e due bipoli attivi e applicare ad essa il teorema.

2. Spiegare perché il principio di sovrapposizione degli effetti non è applicabile a reti elettriche non lineari.

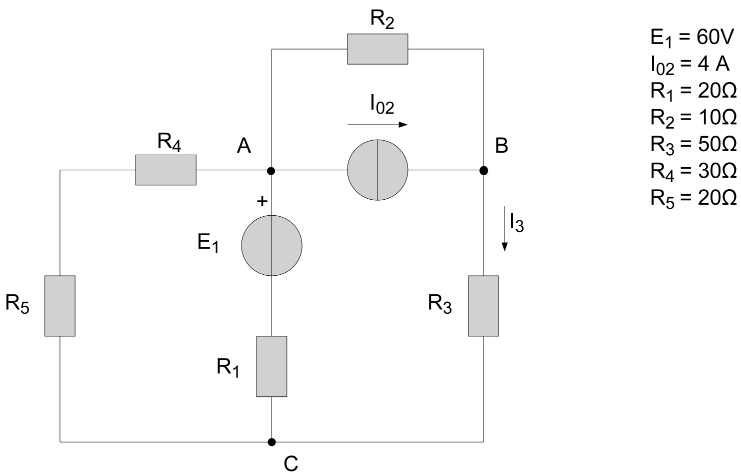
4.7 Esercizi

1. Data la rete elettrica lineare di figura 1:
   (a) Determinare le correnti di ramo utilizzando il metodo delle correnti di maglia.
   (b) Determinare le correnti di ramo utilizzando il metodo dei potenziali ai nodi.
   (c) Eseguire il bilancio delle potenze



2. Data la rete elettrica lineare di figura 2, applicando uno o più dei seguenti metodi di soluzione parziale:
   (a) teorema di Millman.
   (b) principio di sovrapposizione degli effetti.
   (c) generatore equivalente di Thevenin
   (d) generatore equivalente di Norton

   determinare:
   (a) la corrente I_3.
   (b) la tensione V_{AC}.
   (c) la potenza erogata dal generatore $E_1 - R_1$



Capitolo 5

CONDENSATORI

Si considerino due piastre di materiale conduttore (per esempio un metallo) affacciate tra di esse e separate da uno strato isolante (per esempio aria). Tale struttura prende il nome di condensatore elettrico.

Le due piastre sono denominate armature, lo strato isolante è denominato dielettrico.

Se si collegano le due armature ai poli di un generatore elettrico di tensione continua si vengono a dislocare sulle due armature delle cariche elettriche di segno opposto.

5.1 Domande

1. Definire la capacità di un condensatore elettrico.

2. Spiegare perché due condensatori in serie, anche se di capacità diverse, hanno la stessa carica elettrica.

3. Nel caso di un resistore la *corrente* i e la *tensione* v sono tra loro proporzionali mentre nel caso di un condensatore la *tensione* v è proporzionale alla .... e la *corrente* i è proporzionale alla ....

4. Collegando più condensatori piani in parallelo la superficie delle armature del condensatore aumenta. Oltre alla superficie quali altre grandezze fisiche aumentano nel condensatore equivalente ?

5. Dimostra che un condensatore inizialmente scarico, dopo un intervallo di tempo τ, ha raggiunto il 63% della tensione finale V_f.

6. Scrivi le seguenti relazioni funzionali:

   (a) La legge di variazione della tensione di un condensatore inizialmente carico.

   (b) La legge di variazione della corrente di un condensatore inizialmente carico.

7. Sia dato un condensatore di capacità C $= 1\mu F$ inizialmente carico alla tensione $V_0 = 4V$. Esso viene collegato all'istante di tempo $t_0 = 0s$ ad un generatore reale di f.e.m. $E = 12V$ e resistenza interna $R = 1k\Omega$.

   (a) Determinare la tensione v_C ai suoi capi negli istanti di tempo $t_1 = 0,5 \cdot \tau$, $t_2 = \tau$, $t_3 = 1,5 \cdot \tau$, $t_4 = 2 \cdot \tau$ e $t_5 = 2,5 \cdot \tau$.

   (b) Tracciare su un diagrammma cartesiano l'andamento temporale della tensione interpolando i punti determinati al punto precedente.

8. Le leggi di variazione della tensione e della corrente appena scritte sono valide:

   (a) Per la fase di carica

   (b) Per la fase di scarica

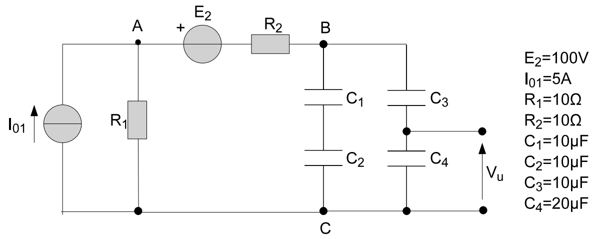
   (c) Sia per la fase di carica che per la fase di scarica

   (d) Per nessuna delle due

   Perché?

5.2 Esercizi

1. Data la rete elettrica di figura 1, calcolare in condizioni di regime :
   (a) La tensione V_{BC}.
   (b) L'energia elettrostatica totale accumulata nei condensatori.
   (c) La tensione di uscita V_U
   (d) La tensione di uscita V_U se si mette in parallelo al condensatore C_4 una resistenza R_4 da 10K.



2. Un condensatore inizialmente scarico, di capacità $C = 1\mu F$, viene caricato mediante un generatore di tensione avente una f.e.m. E = 15V. Misurando la tensione all'istante $t_1 = 0,1s$ si trova il valore $v(t_1) = 10V$. Determinare la costante di tempo e la resistenza del circuito di carica.

Capitolo 6

FENOMENI E COMPONENTI ELETTROMAGNETICI

6.1 Fenomeni magnetici elementari

Nella realtà possiamo osservare i seguenti fenomeni magnetici elementari.

- Esistenza dei magneti naturali. Alcuni minerali, come la magnetite, hanno la capacità di attrarre a sé corpi ferrosi ed altri pezzi di magnetite.
- Esistenza di due poli. Poli dello stesso tipo si respingono, poli di tipo opposto si attraggono.
- Indivisibilità dei due poli.
- Il magnetismo terrestre.
- Mutua azione tra due aghi magnetici

I fenomeni appena elencati erano conosciuti già dall'antichità. Pare che il il fenomeno dei magneti naturali fosse noto ancora prima della proprietà dell'ambra di attrarre, se strofinata, corpi leggeri. Bisogna però aspettare fino ai primi anni dell'ottocento perché si possa intravvedere una spiegazione scientifica del magnetismo naturale, attraverso il riconoscimento del legame profondo esistente tra i due mondi dell'elettricità e del magnetismo.

6.2 Campo magnetico prodotto da un conduttore rettilineo

Un conduttore rettilineo, percorso da una corrente I, genera nello spazio che lo circonda un campo magnetico. Le linee di forza del campo magnetico sono delle circonferenze aventi il centro nel punto di intersezione tra il conduttore e i piani ortogonali ad esso su cui giacciono le circonferenze. Il verso è individuato dalla 'regola della mano destra', con il palmo che indica il campo e il pollice che indica la direzione e il verso della corrente.

L'intensità del campo dipende da vari fattori, precisamente:

- L'intensità della corrente elettrica
- La distanza del punto considerato dal conduttore
- Il mezzo

Questo fenomeno dimostra che **cariche elettriche in movimento producono un campo magnetico**, ovvero producono lo stesso effetto di un magnete. Questa scoperta avvenne per merito del fisico danese Oersted. Il seguente brano evidenzia come l'anello di congiunzione tra elettricità e magnetismo sia stato scoperto praticamente per caso.

'Provate ad immaginare una lezione di chimica in Danimarca nel 1819. Hans Christian Oersted sta spiegando ad una classe l'elettricità ed il magnetismo. Sul tavolo degli esperimenti sono disposti disordinatamente fili, bussole, pile e magneti. Per puro caso, Oersted si accorge che una corrente elettrica fa girare l'ago di una bussola che si trovà lì vicina. A questa osservazione casuale segue una serie di accurati esperimenti. Quello in cui Oersted si è imbattuto casualmente è il primo legame diretto tra elettricità e magnetismo.'[1]

Oersted , tuttavia, non riuscì a fornire una spiegazione della correlazione tra il magnetismo prodottto da un magnete e quello prodotto da un filo percorso da corrente. In questo senso furono utili gli studi e le esperienze di altri studiosi, tra questi il fisico francese Ampère, al quale è dovuta la spiegazione elegante ed ingegnosa per quei tempi di come un magnete generi il proprio campo magnetico. Egli assistette l'anno successivo (1820) ad una ripetizione dell'esperienza di Oersted all'Accademia delle Scienze di Parigi, e, in appena una settimana formulò la teoria dell'equivalenza tra magneti e circuiti elettrici.

Dieci anni più tardi Faraday si chiederà, dato che l'elettricità produce effetti magnetici, come si possa produrre elettricità dal magnetismo.

6.3 Il vettore induzione magnetica.

Abbiamo visto che corpi magnetizzati e fili percorsi da correnti si attragono anche se posti ad una certa distanza e nel vuoto. Per spiegare come possa avvenire questa azione a distanza, possiamo pensare che la presenza di una sorgente magnetica naturale (magnete) o di una sorgente magnetica artificiale (filo percorso da corrente) modifica le caratteristiche delllo spazio circostante ovvero genera un campo magnetico, detto anche più precisamente campo di induzione magnetica.

Il campo di induzione magnetica,come ogni campo di forze, è caratterizzato da una direzione, un verso ed una intensità. Pertanto esso ha le caratteristiche di un campo vettoriale. Il vettore che identifica il campo di induzione magnetica è denominato vettore di induzione magnetica e si indica con $\overrightarrow{B}$.

Anche per il campo di induzione magnetica si può utilizzare il concetto di linea di forza, come nel caso del campo elettrico $\overrightarrow{E}$, per dare una rappresentazione grafica del suo andamento.

Nel caso del campo magnetico prodotto da un conduttore rettilineo l'intensità B del campo è definita dalla seguente legge.

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \tag{6.1}$$

6.3.1 Esperienza di Faraday

La misura del campo di induzione magnetica può essere effettuata mediante l'esperienza di Faraday.

Un filo conduttore percorso da corrente elettrica e immerso in un campo magnetico è soggetto ad una forza che agisce in direzione perpendicolare sia al verso del campo che al verso della corrente.

Il verso della forza è individuato dalla cosiddetta regola di Fleming, conosciuta comunemente come regola della 'mano sinistra'.

Ripetendo l'esperimento con vari valori della corrente e della lunghezza del tratto di filo interessato dal campo si nota che il rapporto tra la forza e il prodotto corrente-lunghezza rimane costante. Tale rapporto è pari proprio all'intensità del campo.

$$B = \frac{F}{I \cdot L} \tag{6.2}$$

Una volta che si è stati in grado di misurare il campo di induzione magnetica si è potuto allora introdurre la sua unità di misura, il *tesla* (simbolo T).

$$1\,T = \frac{1\,N}{1\,A \cdot 1\,m}$$

[1]Sheldon Lee Glashow, *Le virtù della ricerca guidata dalla curiosità*, in KOS, n.151, p. 53.

L'esperienza di Faraday dimostra che se delle cariche elettriche si muovono in un campo magnetico esse sono sottoposte ad una forza che dipende dalla corrente elettrica generata dalle cariche stesse e dal campo di induzione magnetica.

6.4 Campo magnetico prodotto da una spira circolare

Se un conduttore rettilineo viene avvolto in modo da formare una circonferenza di raggio r si ottiene una spira circolare. Le linee di forza del campo magnetico si dispongono su piani sempre ortogonali al conduttore, posti su direzioni radiali convergenti nel centro della spira. Il valore maggiore del campo magnetico si ottiene al centro della spira, poiché è il punto che più risente dell'azione combinata di tutte le linee di forza.

In tale punto l'intensità B del campo di induzione magnetica è pari a:

$$B = \frac{\mu I}{2r} \tag{6.3}$$

Si può notare come le linee di forza del campo magnetico siano sempre *concatenate* con il circuito che le genera. Questa è una proprietà generale del campo di induzione magnetica.

6.5 Campo magnetico prodotto da un solenoide

6.5.1 Solenoide rettilineo

Il campo $\overrightarrow{B}$ all'interno del solenoide ha un andamento uniforme, analogamente a quanto accade per il campo $\overrightarrow{E}$ tra le armature del condensatore piano.

$$B = \frac{\mu N I}{l} \tag{6.4}$$

E' interessante notare la dipendenza del campo B dalla sola lunghezza del solenoide e non dal suo diametro. In realtà ciò accade in termini approssimativi quando la lunghezza del solenoide supera almeno di 5 volte il valore del diametro.

6.5.2 Solenoide toroidale

Se le spire vengono avvolte attorno su un supporto di forma circolare si ottiene il solenoide toroidale.

$$B = \frac{\mu N I}{2\pi l} \tag{6.5}$$

6.6 Forza magnetomotrice e campo H

Si prende in considerazione il caso specifico del solenoide rettilineo in cui l'intensità del campo è data dalla formula (6.5).

Analizzando la formula e il fenomeno fisico da essa rappresentato si intravvede un legame causale di tipo proporzionale tra il campo B e la causa generante il campo, ovvero il prodotto $N \cdot I$.

Tale prodotto prende il nome di *forza magnetomotrice*, denominata in breve f.m.m.. Il nome evidenzia l'analogia esistente tra circuiti elettrici, in cui vi è una forza elettromotrice e il fenomeno della magnetizzazione dei circuiti magnetici. Tale analogia sarà più chiara in seguito.

Se si prende in considerazione il valore della f.m.m. per unità di lunghezza della linea di forza si ricava un altra grandezza, denominata forza magnetizzante o campo H.

Figura 6.1: Solenoide toroidale utilizzato da Faraday

Sostituendo nella formula (6.5) otteniamo la seguente relazione:

$$B = \mu \cdot H \tag{6.6}$$

Se consideriamo H come l'intensità di un ipotetico campo $\overrightarrow{H}$ la precedente relazione si estende alla seguente relazione vettoriale:

$$\overrightarrow{B} = \mu \cdot \overrightarrow{H} \tag{6.7}$$

Il campo $\overrightarrow{H}$ viene denominato campo magnetico o *campo di eccitazione magnetica*, per distinguerlo da $\overrightarrow{B}$, il campo di induzione magnetica. Esso è il vettore che descrive il campo magnetico generato da una 'fonte' elettrica, indipendentemente dal mezzo in cui essa esercita la sua influenza. In questo senso il campo B descrive lo stato di magnetizzazione della materia.

Il campo H si misura in $\frac{Asp}{m}$.

La relazione di dipendenza del campo B dal campo H, per il tramite del parametro μ, è valida solo nell'ipotesi di materiali omogenei. Qui si apre una nuova problematica: cosa si deve intendere per materiale omogeneo dal punto di vista magnetico.

Sempre nel caso di un mezzo omogeneo le linee di forza del campo $\overrightarrow{H}$ coincidono con le linee di forza del campo $\overrightarrow{B}$.

6.7 Proprietà magnetiche dei materiali

Quando un corpo di ferro o di acciaio si trova in prossimità di una calamita esso diviene a sua volta sede di un campo magnetico *indotto* dal campo magnetico della calamita stessa, e concorde con esso.

Questo è il comportamento dei materiali ferrosi. Materiali con caratteristiche fisiche diverse si comportano in modo diverso quando sono sottoposti ad un campo magnetico.

Il fenomeno di magnetizzazione indotta di un materiale può essere compreso se si pensa che ogni atomo può essere visto come una piccola spira percorsa da corrente. L'effetto di un campo magnetico esterno al corpo può essere quello di orientare le spire a livello atomico in modo tale da ottenere da esse un campo magnetico complessivo diverso da zero.

Si è già visto che il parametro che identifica il comportamento magnetico di un materiale è la permeabilità magnetica μ. Riferendo la permeabilità magnetica di un materiale a quella del vuoto si ottiene la *permeabilità magnetica relativa*, definita dal seguente rapporto:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \tag{6.8}$$

I materiali, in base al comportamento magnetico, si suddividono in tre categorie:

- **Materiali diamagnetici**. Non si magnetizzano o si oppongono debolmente al campo magnetico. Esempi: rame, argento, oro, legno, materie plastiche.
- **Materiali paramagnetici**. Si magnetizzano molto leggermente e temporaneamente. Esempi: alluminio, platino, manganese.
- **Materiali ferromagnetici**. Si magnetizzano fortemente e in parte permanentemente. Esempi: ferro, leghe del ferro.

A queste categorie di materiali corrispondono anche diversi valori di μ_r.

materiale	μ	μ_r	esempi
diamagnetico	$\mu \lesssim \mu_0$	$\mu_r \lesssim 1$	$\mu_{r\,rame} = 0.99999$
paramagnetico	$\mu \gtrsim \mu_0$	$\mu_r \gtrsim 1$	$\mu_{r\,alluminio} = 1.000023$
ferromagnetico	$\mu \gg \mu_0$	$\mu_r \gg 1$	$100 \div 10000$

Nel caso delle sostanze ferromagnetiche, a causa del loro comportamento non lineare, la permeabilità magnetica relativa dipende anche dall'intensità del campo H e, pertanto, non si può determinare un valore univoco.

6.8 Materiali ferromagnetici e caratteristica di magnetizzazione

Per studiare il comportamento magnetico di un materiale lo si deve sottoporre a diversi valori dell'eccitazione magnetica H e per ciascuno di essi si deve misurare il valore del campo B ottenuto.

Si consideri un nucleo di materiale ferromagnetico su cui è avvolta una bobina composta da N spire, percorsa da una corrente I. Sul nucleo magnetico agisce una f.m.m. che dà luogo ad un campo $H = F_m/l$, dove per l si intende la lunghezza della linea di forza media concatenata con la bobina. All'interno del nucleo si viene a formare un campo $B = \mu \cdot H$, dipendente dal valore della permeabilità magnetica.

Se si varia la corrente I, la forza megnetomotrice F_m e il campo H seguono fedelmente l'andamento di I. La variazione di B, invece, sarà legata anche ai valori assunti da μ per ogni valore di H.

In questo modo si riesce ad ottenere l'andamento riportato in figura 6.2.

Figura 6.2: Caratteristica di prima magnetizzazione

Analizzando la curva ottenuta si può notare che in essa si possono distinguere tre parti, corrispondenti a tre fasi diverse del processo di magnetizzazione del materiale ferromagnetico.

Figura 6.3: Caratteristica di magnetizzazione

6.9 Flusso di induzione magnetica

Il flusso di una grandezza vettoriale attraverso una superficie è un concetto di portata generale in fisica.

Si consideri un campo di induzione magnetica B costante, con le linee di forza rettilinee e parallele a si supponga di disporre, perpendicolarmente al campo stesso, una superficie di area S che viene attraversata dalle linee di forza del campo.

Figura 6.4: Flusso magnetico nel caso di superficie ortogonale al campo.

Si definisice flusso Φ di induzione magnetica attraverso la superficie S, il prodotto tra il valore di B ed il valore di S.

$$\Phi = B \cdot S \tag{6.9}$$

L'unità di misura del flusso è il weber (simbolo Wb). Dalla definzione si ha che

$$1\,Wb = 1\,T \cdot 1\,m^2$$

Spesso si usa esprimere il campo di induzione magnetica in Wb/m^2

6.10 Circuiti magnetici e legge di Hopkinson

6.11 Legge della circuitazione magnetica

6.12 Induttanza

Si è visto che il campo B presente all'interno di un solenoide è direttamente proporzionale alla corrente I che attraversa il solenoide (par. 6.5). Ne consegue che se si prende una bobina di N spire e si inietta in essa una corrente I, essa sarà interessata dal flusso magnetico ϕ dovuto al campo magnetico autoprodotto.

Il flusso ϕ si concatena con tutte le N spire della bobina per cui si prende in considerazione il *flusso concatenato* ϕ_c dato dal prodotto tra il flusso magnetico e il numero N di spire.

$$\phi_c = N \cdot \phi \tag{6.10}$$

Si dimostra sperimentalmente che il flusso concatenato è direttamente proporzionale alla corrente I. Ciò equivale ad affermare che il rapporto flusso concatenato / corrente è costante; esso è denominato **induttanza**.

$$L = \frac{\Phi_c}{I} \tag{6.11}$$

Si deduce che l'induttanza di una bobina è pari al flusso magnetico concatenato prodotto da una corrente di 1 A.

Applicando la legge di Hopkinson si ottiene che

$$L = N^2 \cdot \wp \tag{6.12}$$

Poiché N^2 è un valore adimensionato si osserva che l'unità di misura dell'induttanza è la stessa della permeanza magnetica, l'henry. Dalla formula (6.12), sostituendo alla permeanza la sua espressione nel caso di un solenoide, si ottiene l'espressione che lega l'induttanza alle sue caratteristiche geometriche e fisiche.

$$L = \frac{N^2 \mu S}{l} \tag{6.13}$$

La (6.13) mostra che l'induttanza dipende in modo direttamente proporzionale dalla permeabilità magnetica del nucleo.

Solitamente gli induttori vengono costruiti avvolgendo un conduttore attorno ad un nucleo ferromagnetico, che ha la proprietà di aumentare considerevolmente il valore di L. Il nucleo ferromagnetico presenta però l'inconveniente di rendere il valore di L dipendente dal valore della corrente rendendo non lineare il legame tra flusso e corrente.

Insieme al resistore e al condensatore, l'induttore è uno dei tre bipoli passivi fondamentali della teoria dell'elettromagnetismo. Gli induttori vengono costruiti appositamente con opportuni valori di induttanza per essere utilizzati in svariate applicazioni elettriche ed elettroniche.

Da un punto di vista energetico, l'induttore è in grado di accumulare energia nel campo magnetico che si sviluppa al suo interno e in parte fuori di esso. In questo senso si comporta in modo similare al condensatore che accumula energia nel campo elettrico presente tra le sue armature. Il comportamento del resistore è invece completamente differente: esso dissipa in calore l'energia ricevuta dal generatore.

6.13 Energia del campo magnetico

Questa energia potenziale magnetica può essere utilizzata per compiere un lavoro, come nel caso di un elettromagnete che attira un componente in materiale ferromagnetico denominato *ancora*.

6.14 Forza agente su un conduttore elettrico

6.15 Coppia agente su una spira

6.16 Induzione elettromagnetica

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \tag{6.14}$$

Fu una scoperta di Faraday, ottenuta dall'esperienza, il fatto che la legge di induzione è valida qualunque sia la ragione del cambiamento del flusso.

6.17 Tensione indotta in un conduttore in moto relativo rispetto al campo magnetico

6.17.1 Comportamento da generatore elettrico

6.17.2 Comportamento da motore elettrico

6.18 Tensione indotta in una spira rotante in un campo magnetico

6.19 Autoinduzione

Inseriamo un induttore in un circuito in cui è possibile variare la corrente circolante I, agendo su un resistore variabile.

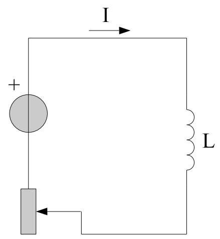


Figura 6.5: Circuito per la verifica dell'autoinduzione.

Sottoponiamo l'induttore ad una variazione di corrente $\Delta I = I_2 - I_1$ in un intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Di conseguenza si ottiene una corrispondente variazione $\Delta \phi_c$ del flusso magnetico concatenato, il cui valore è prporzionale alla variazione di corrente da cui è originato:

$$\Delta \Phi_c = L \cdot \Delta I$$

A causa di questa variazione di flusso si forma ai capi dell'induttanza, per la legge di Faraday, una tensione indotta anzi, più precisamente, *autoindotta* pari a

$$E = -\frac{\Delta \Phi_c}{\Delta t}$$

Da cui si ricava

$$E = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{6.15}$$

Nella formula (6.15) compare il rapporto incrementale $\delta I/\Delta t$ che rappresenta la velocità di variazione della corrente nel tempo. La formula (6.15) esprime la relazione esistente tra la tensione ai capi di un induttore e la corrente che lo attraversa. Essa è analoga alla relazione tensione-corrente vista nel caso del condensatore. L'induttanza rappresenta il coefficiente di proporzionalità tra tensione autoindotta e velocità di variazione ed èper questo motivo che essa viene anche denominata anche *coefficiente di autoinduzione*.

Occorre a questo punto chiarire qualcosa sui segni. La tensione indotta, per la legge di Lenz, tende ad opporsi alla causa che l'ha generata, per cui:

- se la corrente aumenta essa deve essere positiva in 1 (figura 6.6a);
- se la corrente diminuisce essa deve essere positiva 2 (figura 6.6b).

In entrambi i casi la tensione E, in conformità al segno negativo presente nella (6.15), risulta diretta da 1 a 2. Ciò concorda con il fatto che l'induttore si comporta come generatore di una forza elettromotrice.

Poiché nelle reti elettriche gli induttori sono considerati degli utilizzatori, nulla vieta di considerare la tensione E diretta da 2 a 1 e quindi di modificare la relazione (6.15) togliendo il segno meno.

$$E = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{6.16}$$

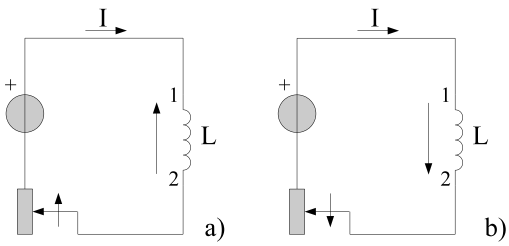


Figura 6.6: Polarità della tensione di autoinduzione.

Esempio 6.19.1. *La corrente in una bobina di induttanza pari a 22mH aumenta linearmente da 0 a 5A in 10ms, rimane costante per altri 10 ms e ritorna a 0 in 20ms. Tracciare l'andamento della corrente e della tensione ai capi dell'induttore.*

Soluzione.

6.20 Mutua induzione

Si considerino due induttori avvolti entrambi su uno stesso nucleo magnetico. Si può notare che la circolazione di corrente in uno dei due induttori produce un flusso magnetico che va ad interessare, tutto o in parte, anche l'altro induttore. In questo caso si dice che i due induttori sono *accoppiati magneticamente*.

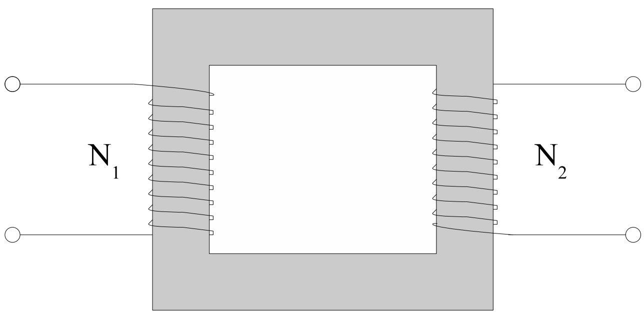


Figura 6.7: Induttori mutuamente accoppiati.

Il fenomeno della mutua induzione è la base del funzionamento dei *trasformatori*. Essi sono delle macchine elettriche che permettono di trasferire energia elettrica, trasformandone le caratteristiche elettriche di tensione e corrente, tra due circuiti elettricamente separati.

6.20.1 Coefficiente di mutua induzione

Si consideri il caso in cui l'induttore L_1 è interessato da una corrente I_1 mentre l'induttore L_2 è lasciato aperto (figura 6.8a). L'induttore produce allora un flusso magnetico totale ϕ_1 dato dalla somma del flusso utile ϕ_{21}, che interessa anche il secondo induttore, e del flusso disperso ϕ_{d1}, che non si richiude con alcuna spira di L_2.

Si definisce *coefficiente di mutua induzione* M_{21} il rapporto tra il flusso concatenato con l'induttore L_2 prodotto dall'induttore L_1 e la corrente I_1.

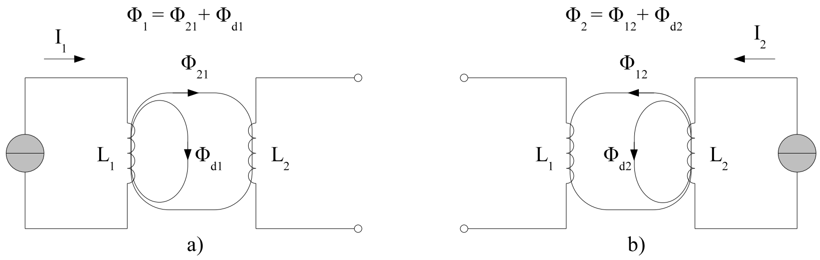


Figura 6.8: Flusso utile e flusso disperso.

$$M_{21} = \frac{\Phi_{c21}}{I_1}$$

Analogamente, quando l'induttore L_2 è attraversato da una corrente I_2, mentre l'induttore L_1 è lasciato aperto (figura 6.8b), il flusso magnetico totale ϕ_2, prodotto da I_2, è dato dalla somma del flusso utile ϕ_{12}, che interessa il primo induttore, e del flusso disperso ϕ_{d2}, che non si richiude con alcuna spira di L_1.

Si definisce allora *coefficiente di mutua induzione* M_{12} il rapporto tra il flusso concatenato con l'induttore L_1, prodotto dall'induttore L_2, e la corrente I_2.

$$M_{12} = \frac{\Phi_{c12}}{I_2}$$

Si intuisce, per ragioni di simmetria, che i due coefficienti di mutua induzione devono essere uguali tra loro. Essi sono normalmente indicati con il simbolo M senza indici, denominato semplicemente **mutua induttanza**.

$$M = M_{21} = M_{12} \tag{6.17}$$

L'unità di misura del coefficiente di mutua induzione è la stessa del coefficiente di autoinduzione, l'henry (simbolo H), essendo anch'esso definito allo stesso modo.

Si tratta ora di determinare il legame esistente tra il coefficiente di mutua induzione M e i due coefficienti di autinduzione L_1 e L_2. Cominciamo determinando il coefficiente M_{21}. Innanzitutto, dalla definizione di flusso concatenato

$$\Phi_{c21} = N_2 \cdot \Phi_{21}$$

Φ_{21} è una porzione di Φ_1. Si introduce, a questo punto, il coefficiente adimensionato $\alpha_1 = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_1}$ variabile tra 0, corrispondente a un flusso utile nullo (accoppiamento nullo), e 1 , corrispondente a un flusso disperso nullo (accoppiamento massimo). A questo punto

$$\Phi_{c21} = N_2 \cdot \alpha_1 \cdot \Phi_1$$

Tenendo conto della (6.12) si ha

$$\Phi_1 = \wp_1 \cdot F_{m1} = \frac{L_1}{N_1} \cdot I_1$$

Da cui, sostituendo, si ottiene l'espressione del coefficiente di autoinduzione M_{21} in funzione delle caratteristiche geometriche e fisiche del circuito di accoppiamento magnetico e dell'avvolgimento L_1.

$$M_{21} = \frac{\alpha_1 L_1 N_2}{N_1} \tag{6.18}$$

Ripetendo lo stesso raggionamento per il coefficiente $M12$ si ottiene

$$M_{12} = \frac{\alpha_2 L_2 N_1}{N_2} \tag{6.19}$$

Ora, tenendo conto della (6.17), si ottiene

$$M^2 = M_{21} \cdot M_{12} = \alpha_1 \alpha_2 L_1 L_2$$

Indicando con $k = \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}$ il **fattore di accoppiamento** tra le due induttanze, si ottiene infine

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 L_2} \tag{6.20}$$

La relazione (6.17) evidenzia il legame esistente tra il coefficiente di mutua induzione M e i coefficienti di autoinduzione L_1 e L_2. In gergo elettrotecnico si dice che l'accoppiamento è tanto più *stretto* quanto più k si avvicina a 1, e tanto più *lasco* quanto più k è prossimo a 0.

6.20.2 Tensione indotta per mutua induzione

Se nel sistema elettrico di figura 6.8a la corrente I_1 varia nel tempo, concordemente al principio di induzione elettromagnetica, si riscontrano due distinte tensioni indotte:

- una tensione di autoinduzione ai capi dell'induttore L_1;
- una tensione di mutua induzione ai capi dell'induttore L_2.

Supponendo che il coefficiente M sia costante si ha che la variazione del flusso concatenato con l'induttore L_2 è pari a

$$\Delta\Phi_{c2} = M \cdot \Delta I_1$$

Seguendo lo stesso ragionamento visto nel paragrafo 6.19, la tensione E_2 indotta ai capi di L_2 è pari a

$$E_2 = M \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \tag{6.21}$$

Per quanto riguarda il segno bisogna tener conto della legge di Lenz e del verso di avvolgimento delle due bobine.

In particolare, per evitare confusioni i circuiti mutuamente accoppiati vengono rappresentati con un simbolo in cui oltre ai segni grafici delle due induttanze sono riportati due pallini neri a cui è associata la seguente convenzione: *quando la corrente entrante nel morsetto di un avvolgimento segnato con il pallino aumenta, la tensione mutuamente indotta nell'altra è positiva sul corrispondente morsetto segnato dall'altro pallino.*

Nella figura seguente è riportato lo schema di principio di due circuiti mutuamente accoppiati, entrambi avvolti in senso antiorario, e il corrispondente simbolo elettrico.

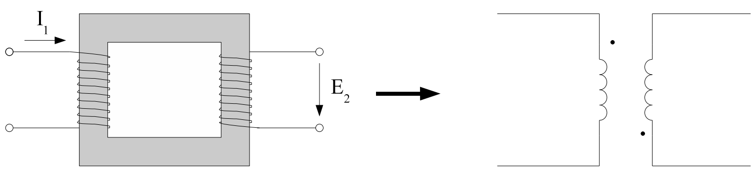


Figura 6.9: Simbolo dei circuiti mutuamente accoppiati.

Se I_1 aumenta, la tensione indotta E_2 è positiva nel senso indicato in figura. Infatti, se il circuito 2 fosse chiuso su un carico resistivo la corrente I_2 deve imporre una f.m.m di *reazione* $N_2 \cdot I_2$, denominata anche *f.m.m smagnetizzante*, che si oppone all'aumento della f.m.m. di *azione* $N_1 \cdot I_1$, denominata *f.m.m. magnetizzante*.

6.21 Transitori di magnetizzazione e smagnetizzazione di un induttore

Lo studio dei transitori di magnetizzazione e di smagnetizzazione di un induttore si conduce in maniera analoga a quanto fatto nel caso dei transitori di carica e scarica di un condensatore. Ad esempio, infatti, durante un processo di carica, il condensatore, e durante il transitorio di magnetizzazione, l'induttore, immagazzinano entrambi energia in un campo sottostando a vincoli analoghi tra loro.

6.22 Domande

1. Cosa scoperse il fisico danese Oersted ? Cosa aggiunse il fisico francese Ampere alla scoperta di Oersted ?
2. L'intensità del campo di induzione magnetica può essere definito come un rapporto. Spiega in quale modo.
3. Come si può determinare sperimentalmente il verso e la direzione del campo di induzione magnetica.
4. Descrivere sia verbalmente che graficamente le linee di forza del campo magnetico prodotto da un conduttore rettilineo.
5. L'intensità del campo magnetico attorno ad un filo rettilineo percorso da corrente dipende da diversi fattori. Quali ?
6. Spiegare la differenza tra forza magnetizzante e forza magnetomotrice
7. Disegnare la caratteristica di magnetizzazione di un materiale diamagnetico.
8. Spiegare il fenomeno della saturazione magnetica e la sua influenza sulla permeabilità magnetica.
9. Come si classificano i materiali in base al loro comportamento magnetico.
10. Cosa si intende per *induzione residua* e per *forza coercitiva* ?
11. Indicare il significato del termine isteresi e perché esso viene utilizzato per indicare il ciclo di magnetizzazione e smagnetizzazione di un nucleo ferromagnetico.

6.23 Esercizi

1. Un solenoide avente 20 spire per centimetro di lunghezza è percorso da una corrente di 10A. Il nucleo del solenoide è di ferro dolce. Calcolare il valore della permeabilità magnetica relativa del ferro. sapendo che in esso il campo magnetico è di 1,25 T.

2. In figura è illustrato un circuito magnetico con lamierini di ferro-silicio e con un tratto in aria ($L_1 = 2,5\,cm$, $L_2 = 10\,cm$, $L_3 = 7\,cm$, $L_4 = 2\,cm$, $N = 1000\,spire$, $S = 8\,cm^2$

   Si determini:

   (a) Il termine tecnico con cui è indicato il tratto in aria.

   (b) Il valore della riluttanza dei vari tratti.

   (c) L'intensità della corrente necessaria per produrre nel tratto in aria un flusso di induzione magnetica pari a $\Phi = 5,66 \cdot 10^{-4}\,Wb$.

3. Disegnare il simbolo elettrico di un relè elettromeccanico

4. Disegnare lo schema costruttivo di principio di un relè elettromeccanico.

5. Si determini l'espressione algebrica e si calcoli il valore numerico della tensione media auto indotta che si produce ai capi di una bobina di L = 100 mH quando la corrente passa dal valore di Ii = 0 a If = 100mA in un tempo di 0.1 ms

6. Una bobina in aria è costituita da 20 spire avvolte strettamente su un telaio rettangolare di 6x10 cm ed è imperniata in modo tale da ruotare attorno al proprio asse verticale. Trovare: [a] l'espressione della coppia che agisce su di essa per effetto del campo magnetico terrestre (Ht = 18 A/m). [b] Il valore di tale coppia sapendo che la bobina è attraversata da una corrente di 50mA e che l'ortogonale al piano della bobina forma un angolo di 30 gradi con la direttrice nord-sud.

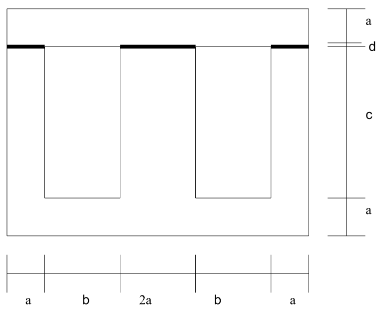


Figura 6.10: Circuito magnetico a mantello

7. Il nucleo magnetico di profondità a, realizzato con lamiere al silicio, la cui forma e dimensioni sono riportate nella seguente figura,presenta tre traferri di spessore d in corrispondenza della congiunzione tra il giogo e le tre colonne . Nei traferri il campo di induzione magnetica è pari a 1 T, mentre nella colonna centrale è presente un avvolgimento di N spire. Determinare:

   (a) Il circuito elettrico equivalente.

   (b) La riluttanza magnetica di ciascuno dei tratti in aria.

   (c) La corrente I.

   (d) La forza magnetizzante nel ferro e nel traferro

   (e) L'energia magnetica accumulata

(a = 10 mm, b = 20 mm, c = 30 mm, d = 0,5 mm, N = 1000)

8. Nuovo

6.24 Maxwell e le leggi dell'elettromagnetismo

6.24.1 Cenni biografici

James Clerk Maxwell nacque il 13 giugno 1831 a Edinburgo, in Scozia.

Nel 1846 Maxwell scrisse un articolo sugli ovali, nel quale egli generalizzava la definizione di elisse come il luogo dei punti per cui la somma di m volte la distanza da un punto con n volte la distanza da un altro punto è costante. Nel caso di $m = n = 1$ si ottiene l'elisse come è generalmente conosciuta. In realtà queste idee non erano del tutto nuove ma è degno di nota che questi studi fossero stati sviluppati da un ragazzo di 14 anni.

Le quattro equazioni dell'elettromagnetismo furono presentate per la prima volta nella loro forma finale nel 1873.

Maxwell muore il 5 novembre 1879 a Cambridge, in Inghilterra.

6.24.2 Le leggi dell'elettromagnetismo

Per comprendere le leggi dell'elettromagnetismo occorre avere una certa dimistichezza con i campi scalari e vettoriali e con il calcolo differenziale applicato ad essi.

Per i campi vettoriali si possono definire due entità fondamentali: il *flusso* e la *circolazione* di cui ora si offre una definizione sommaria ed intuitiva. I campi scalari, invece, devono accontentarsi del *potenziale*.

Il **flusso** attraverso una superficie chiusa è il prodotto tra la componente normale media del campo e l'area della superficie.

La **circolazione** lungo una curva chiusa è il prodotto tra la componente tangenziale media e la lunghezza della curva chiusa.

Il flusso e la circolazione si traducono, in termini di calcolo differenziale, rispettivamente negli operatori **divergenza** e **rotore**.

L'operatore divergenza e l'operatore rotore si applicano entrambi ai campi vettoriali. In particolare l'operatore divergenza produce uno scalare mentre l'operatore rotore produce un vettore. Vi è un altro operatore, il **gradiente**, che invece applicato ad un campo scalare produce un campo vettoriale.

Tutti questi tre operatori possono essere ottenuti come combinazioni tra un operatore vettoriale primitivo e le operazioni di prodotto, prodotto scalare e prodotto vettoriale definite per i vettori. Questo operatore primitivo vettoriale è l'operatore ∇ ed è il responsabile dell'introduzione del calcolo differenziale[2].

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Combinando l'operatore ∇ con le tre operazioni vettoriali si ottengono i tre operatori gradiente, divergenza e rotore.

$$\begin{aligned} \nabla T &= grad\, T && (6.22) \\ \nabla \cdot \vec{v} &= div\, \vec{v} && (6.23) \\ \nabla \times \vec{v} &= rot\, \vec{v} && (6.24) \end{aligned}$$

Il gradiente è il vettore che indica la direzione di massima variazione di un campo scalare e il cui modulo è pari alla quantità di variazione per unità di spostamento.

La divergenza di un campo vettoriale in un dato punto è il flusso uscente del campo per unità di volume nell'intorno del punto.

A questo punto, utilizzando l'operatore differenziale ∇, si scrivono le equazioni generali dell'elettromagnetismo, meglio conosciute come equazioni di Maxwell.

[2] Si pronuncia *nabla*

$$\nabla \cdot \overrightarrow{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{6.25}$$

$$\nabla \times \overrightarrow{E} = -\frac{d\overrightarrow{B}}{dt} \tag{6.26}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{B} = 0 \tag{6.27}$$

$$c^2 \cdot \nabla \times \overrightarrow{B} = \frac{d\overrightarrow{E}}{dt} + \frac{\overrightarrow{J}}{\varepsilon_0} \tag{6.28}$$

Non ci si deve stupire dell'assenza di μ_0 o della presenza di c, la velocità della luce, perché

$$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$$

L'equazione (6.25) è alla base della legge di Coulomb.

L'equazione (6.26), conosciuta anche come legge dell'induzione elettromagnetica, è alla base delle macchine elettriche.

L'equazione (6.27) afferma che non esistono poli magnetici isolati.

L'equazione (6.28) afferma che il campo viene prodotto da correnti elettriche, il secondo termine del secondo membro, e da campi elettrici variabili, ovvero il primo termine del secondo membro. il contributo $\frac{d\overrightarrow{E}}{dt}$ fu introdotto espressamente da Maxwell. La necessità della sua presenza si intuisce anche per motivi di simmetria.

La presenza della velocità della luce è dovuta a considerazioni relativistiche[3].

La combinazione delle equazioni (6.27) e (6.28) è alla base dell'irradiazione elettromagnetica.

L'interfaccia dell'elettromagnetismo con la dinamica è data dalla legge dell'elettrodinamica. La forza agente su una carica q immersa in un campo elettromagnetico ($\vec{E}$,$\vec{B}$) e dotata di una velocità $\vec{v}$ è pari a:

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \tag{6.29}$$

Le equazioni di Maxwell sono scritte in forma differenziale. Di esse si può enunciare una versione in forma integrale. Bisogna dapprima enunciare tre teoremi fondamentali del calcolo integrale vettoriale: il teorema dei campi conservativi (6.30), il teorema di Gauss (6.31) e il teorema di Stokes (6.32).

$$\psi_2 - \psi_1 = \int_1^2 \nabla\psi \cdot d\vec{l} \tag{6.30}$$

La differenza dei valori, ovvero la *differenza di potenziale* di un campo scalare in due punti è uguale all'integrale di linea della componente tangenziale del gradiente di quello scalare lungo una qualsiasi curva che va dal primo al secondo punto.

$$\int_S \vec{C} \cdot \vec{n}\, ds = \int_V \nabla \cdot \vec{C}\, dv \tag{6.31}$$

L'integrale di superficie della componente normale, ovvero il *flusso* di un campo vettoriale sopra una superficie chiusa è uguale all'integrale della divergenza del campo nel volume interno alla superficie.

$$\oint_\Gamma \vec{C} \cdot \overrightarrow{dl} = \int_S \nabla \times \vec{C} \cdot \overrightarrow{ds} \tag{6.32}$$

[3]D'altronde il magnetismo viene considerato un effetto relativistico dell'elettricità.

L'integrale di linea della componente tangenziale, ovvero la *circolazione* di un campo vettoriale intorno a un cammino chiuso è uguale all'integrale di superficie della componente normale del rotore del campo sopra una qualunque superficie che ha il cammino dato come contorno.

Un esempio applicativo del teorema di Stokes è la nota legge di Faraday. Essa è l'espressione *integrale* di una delle leggi di Maxwell;

$$\nabla \times \overrightarrow{E} = -\frac{d\overrightarrow{B}}{dt} \tag{6.33}$$

Utilizzando il teorema di Stokes si riesce a risalire dalla formulazione differenziale (6.33) alla formulazione integrale (6.14).

Capitolo 7

RETI ELETTRICHE IN REGIME SINUSOIDALE

7.1 Grandezze sinusoidali

Le reti elettriche in cui tensioni e correnti rimangono costanti nel tempo sono solo un caso particolare dell'elettrotecnica e dell'elettronica. In particolare nelle reti elettriche utilizzate in ambito civile ed industriale le tensioni e le correnti assumono tutte un andamento sinusoidale alternato.

Le grandezze sinusoidali sono un caso particolarmente importante di grandezze periodiche. Una grandezza sinusoidale alternata y varia nel tempo secondo la seguente legge:

$$y = Y_M \cdot sen\,(\omega t + \varphi) \tag{7.1}$$

La figura riporta la rappresentazione grafica di y.

La grandezza sinusoidale altrnata y è univocamente determinata quando sono noti la pulsazione ω, l'ampiezza Y_M e la fase φ.

7.1.1 Grandezze sinusoidali e moto circolare uniforme

Si è già visto che una tensione sinusoidale alternata può essere indotta ai capi di una spira in rotazione all'interno di un campo elettrico. Più in generale, il segnale sinusoidale è strettamente connesso al moto circolare uniforme.

7.1.2 Periodo, frequenza e velocità angolare

7.1.3 Valore massimo e valore efficace

7.2 Il metodo simbolico

Quando si opera con tensioni e correnti sinusoidali alternate è di grande utilità applicare il metodo simbolico. Esso consiste, sostanzialmente, nella rappresentazione delle tensioni e correnti presenti in una rete elettrica lineare in regime sinusoidale mediante numeri complessi, attraverso l'introduzioni di particolari vettori denominati *fasori*.

Per comprendere da dove nasce tale esigenza si propone un problema concreto.

Tuttavia in una rete elettrica lineare, quando si applica una eccitazione sinusoidale dotata di una frequenza f, tutte le differenze di tensione e le correnti, dopo una fase transitoria più o meno lunga, assumono a regime un andamento sinusoidale di frequenza f. Questa situazione prende il nome di **regime sinusoidale**.

Un comune impianto elettrico alimentato dalla tensione di rete si trova normalmente in condizioni di regime sinusoidale.

7.3 Bipoli passivi in regime sinusoidale

Si prendono ora in considerazione i tre bipoli elettrici elementari resistore, condensatore ed induttore e si analizza il loro comportamento in regime sinusoidale.

7.3.1 Resistore

Se si sottopone un resistore alla seguente tensione sinusoidale

$$v(t) = V_M \cdot sen(\omega \cdot t)$$

l'andamento della corrente si può ricavare istante per istante, dalla legge di Ohm.

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_M \cdot sen(\omega \cdot t)}{R} = \frac{V_M}{R} \cdot sen(\omega \cdot t) = I_M \cdot sen(\omega \cdot t)$$

Il seguente diagramma temporale esprime graficamente i precedenti passaggi.

Osservando le precedenti formule e l'andamento temporale della tensione e della corrente si notano alcune cose:

- l'ampiezza I_M della corrente sinusoidale è data dalla formula $I_M = \frac{V_M}{R}$, che richiama la legge di Ohm;
- la corrente e la tensione sono in fase tra loro.

In particolare, dalla espressione della I_M si ottiene dopo alcuni passaggi matematici la seguente espressione:

$$\frac{V}{I} = R$$

dove con V ed I si intendono rispettivamente i valori efficaci della tensione sinusoidale e della corrente sinusoidale.

7.4 Rifasamento

7.5 Domande

7.6 Esercizi

1. Date le seguenti tensioni espresse in forma sinusoidale:

$$v_1(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot sen\left(100 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_2(t) = 325,27 \cdot sen\left(100 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

   e la tensione somma

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

   (a) Disegnare l'andamento temporale di $v_1(t)$, $v_2(t)$ e $v(t)$.

   (b) Determinare, utilizzando il metodo simbolico, il valore efficace e la fase della tensione alternata $v(t)$.

2. Un bipolo R-L serie, con $R = 50\Omega$ e $L = 200mH$, è sottoposto ad una corrente sinusoidale alternata di frequenza f = 50 Hz e valore efficace I = 0,5 A. Determinare:

   (a) le tensioni $\vec{V}_R$ e $\vec{V}_C$ in forma cartesiana e polare;

   (b) la tensione totale $\vec{V}$ ai capi del bipolo in forma cartesiana e polare;

   (c) l'impedenza totale $\vec{Z}$ in forma cartesiana e polare;

   (d) la potenza attiva P dissipata dall'elemento resistivo e la potenza Q scambiata dall'elemento induttivo. Inoltre, disegnare:

   (e) il diagramma vettoriale delle tensioni $\vec{V}_R$, $\vec{V}_C$ e $\vec{V}$ utilizzando la stessa scala per l'asse reale e l'asse immaginario;

   (f) l'andamento temporale di $v_R(t)$, $v_L(t)$ e $v(t)$.

3. Un bipolo R-C serie, avente C = 50 μF, assorbe la potenza attiva P = 100 W e la corrente I = 2A alla frequenza di 50 Hz. Considerando nulla la fase della corrente, determinare:

   (a) la resistenza R e la reattanza X_C;

   (b) l'impedenza $\vec{Z}$ in forma cartesiana e polare;

   (c) le tensioni $\vec{V}_R$ e $\vec{V}_C$ in forma cartesiana e polare;

   (d) la tensione totale $\vec{V}$ ai capi del bipolo in forma cartesiana e polare;

   (e) disegnare il diagramma vettoriale;

   (f) determinare Q;

   (g) disegnare il triangolo delle potenze.

4. Il bipolo R-L serie di figura, con T aperto, assorbe la potenza P = 3kW con fattore di potenza $cos\varphi_0$ = 0,65, quando è alimentato con tensione V = 230V e frequenza f = 50 Hz. Calcolare:

   (a) la potenza reattiva Q0 scambiata dal bipolo;

   (b) la corrente I;

   Supponendo di chiudere T su un condensatore C di 134 μF determinare per il nuovo bipolo:

   (c) la corrente Ir totale;

   (d) il fattore di potenza totale cos fr

   (e) la potenza reattiva totale Qr ;

Capitolo 8

SISTEMI TRIFASI

I generatori e gli utilizzatori elettrici visti finora nell'ambito delle reti elettriche in regime sinusoidale presentavano due morsetti (sistema elettrico monofase).

Nella produzione, trasformazione e trasmissione di energia elettrica vengono utilizzati generatori, trasformatori, utilizzatori che presentano normalmente più di due morsetti (sistema elettrico polifase).

Ciò è dovuto al fatto che i sistemi polifasi, e in particolare i sistemi trifasi, presentano diversi vantaggi rispetto ai sistemi monofasi, riassunti nel seguente elenco:

- migliore utilizzazione delle macchine elettriche e degli impianti connessi ad esse;
- trasporto più facile dell'energia elettrica;
- conversione più facile della corrente da alternata a continua;
- impiego di una importante categoria di motori elettrici[1].

8.1 Definizione di sistema trifase

Si definisce sistema trifase **il sistema elettrico costituito da tre circuiti monofasi le cui f.e.m. sono perfettamente isofrequenziali**.

La figura 8.1 riporta un esempio di sistema trifase. L'individuazione dei tre circuiti trifasi in questo caso è molto semplice perché essi sono tra di essi isolati ed indipendenti.

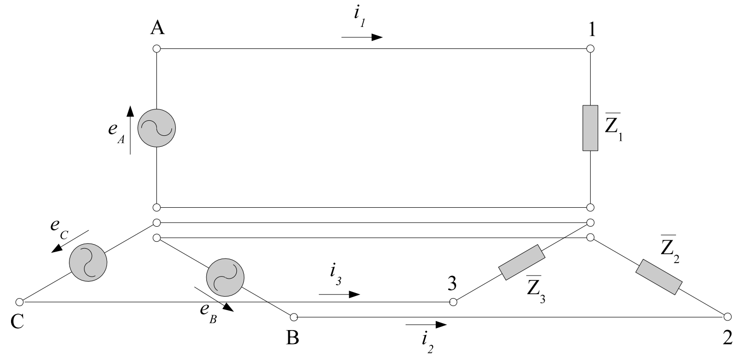


Figura 8.1: Sistema trifase con fasi isolate e indipendenti

[1] i m.a.t.

La figura 8.2 evidenzia un sistema trifase in cui il conduttore di ritorno di ciascuna linea è messo in comune. Tale conduttore prende il nome di **neutro** e in esso circola una corrente pari alla somma delle tre correnti di fase. In questo caso le tre fasi non sono più isolate tra loro anche se continuano ad essere indipendenti[2].

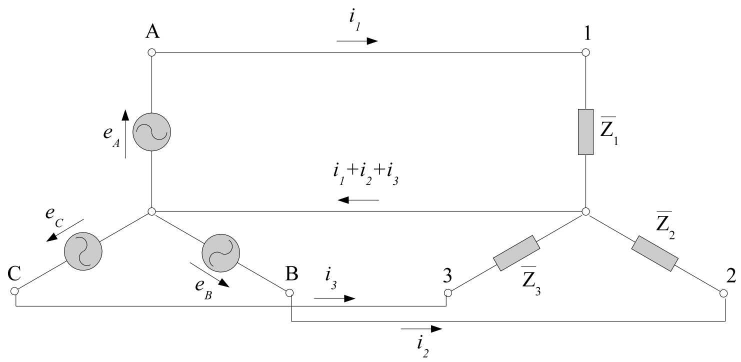


Figura 8.2: Sistema trifase con fasi non isolate e indipendenti

Molte volte, però, il neutro può essere assente (figura 8.3). In questo caso le tre fasi, oltre a non essere isolate, non sono più indipendenti tra loro. In questo caso siamo in presenza di un sistema trifase *composto*.

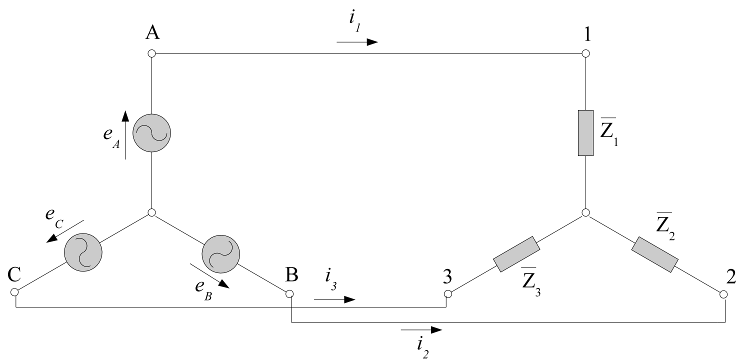


Figura 8.3: Sistema trifase composto (fasi non isolate e non indipendenti)

Il caso di figura 8.1 è puramente didattico ed è stato introdotto con lo solo scopo di far comprendere i sistemi trifase con e senza neutro.

Nelle precedenti figure sia i generatori che i carichi sono collegati mediante una connessione a stella (simbolo Y). Nel caso in cui è assente il conduttore di neutro, è possibile connettere i generatori o i carichi tra essi mediante una connessione a triangolo (simbolo Δ).

Normalmente le tre tensioni e_A, e_B e E_C, oltre ad essere perfettamente isofrequenziali, hanno la stessa ampiezza e sono tra loro ugualmente sfasate di 120°. Un sistema di tensioni di questo tipo si dice **sistema di tensioni simmetrico**; esso viene generato da una macchina elettrica rotante denominata **alternatore trifase** in grado di trasformare energia meccanica in energia elettrica.

Della terna di tensioni simmetriche si può dare la seguente rappresentazione analitica, in cui E rappresenta il valore efficace della tensione, comune a tutti e tre i generatori:

$$e_A(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot sen(\omega t) \tag{8.1}$$

[2] L'indipendenza tra le tre fasi è valida se neutro è realizzato con un conduttore di resistenza perfettamente nulla

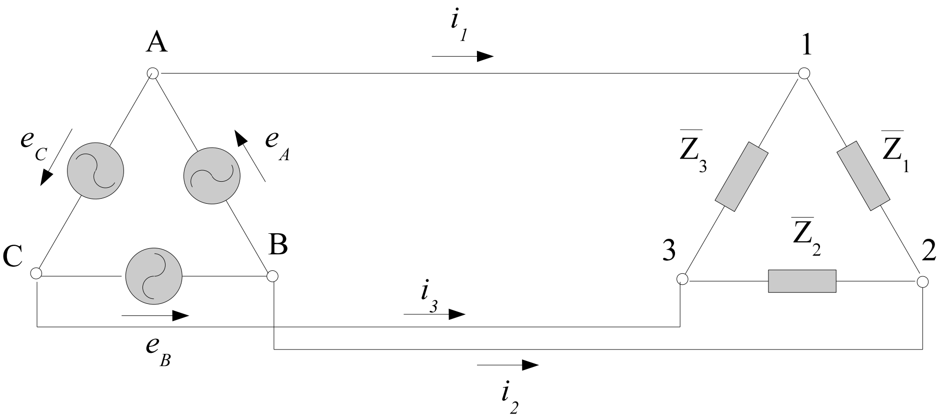


Figura 8.4: Generatori e carichi connessi a triangolo

Figura 8.5: Andamento temporale di una terna simmetrica di tensioni

$$e_B(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot sen(\omega t - 120°) \quad (8.2)$$
$$e_C(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot sen(\omega t - 240°) \quad (8.3)$$

oppure la seguente rappresentazione vettoriale.

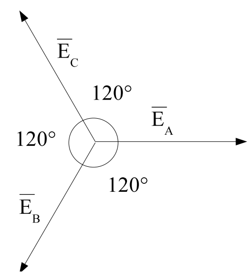


Figura 8.6: Rappresentazione vettoriale di una terna simmetrica

8.2 Generatore trifase simmetrico

8.2.1 Generatore connesso a stella

Si consideri lo schema elettrico di un generatore trifase collegato a stella riportato in figura 8.7. E' possibile individuare due sistemi di tensioni: le **tensioni di fase** o stellate e le **tensioni di linea** o concatenate. Il punto O, corrispondente al nodo di collegamento dei tre generatori è denominato **centro stella** del sistema di tensioni e può essere o non essere reso disponibile all'esterno, a seconda dei casi.

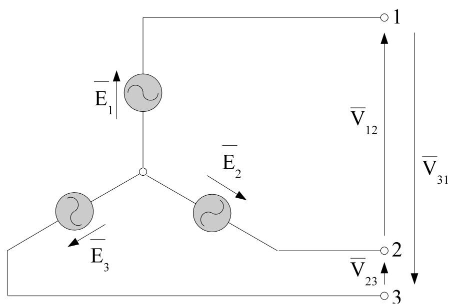


Figura 8.7: Tensioni di fase (stellate) e di linea (concatenate).

Dallo schema elettrico si nota che le tensioni di linea si possono ottenere dalle tensioni di fase, applicando il principio di additività delle d.d.p., mediante le seguenti relazioni:

$$\overline{V}_{12} = \overline{E}_1 - \overline{E}_2 \quad (8.4)$$
$$\overline{V}_{23} = \overline{E}_2 - \overline{E}_3 \quad (8.5)$$
$$\overline{V}_{31} = \overline{E}_3 - \overline{E}_1 \quad (8.6)$$

Applicando sempre il principio di addittività delle d.d.p. si può notare che:

$$\overline{V}_{12} + \overline{V}_{23} + \overline{V}_{31} = 0 \quad (8.7)$$

Questa è la proprietà delle terne di tensioni concatenate, ovvero che la somma vettoriale delle tensioni concatenate è sempre nulla.

Se si riportano su uno stesso diagramma le tensioni di fase e le tensioni di linea si ottiene il diagramma di figura 8.8 dal quale si può notare che:

- il sistema di tensioni di linea V_{12}, V_{23}, V_{31} è un sistema trifase simmetrico;

- il valore efficace delle tensioni di linea si ottiene dal valore efficace delle tensioni di fase mediante la seguente relazione: $V = \sqrt{3} \cdot E$

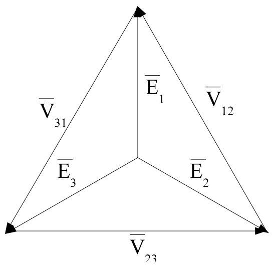


Figura 8.8: Diagramma vettoriale delle tensioni stellate e concatenate

Ad esempio, da un sistema di tensioni di fase di valore efficace pari a 220 V si ottiene un sistema di tensioni di linea di valore efficace pari a $\sqrt{3} \cdot 220\,V \cong 381\,V$.

8.2.2 Generatore connesso a triangolo

In questo caso il centro stella non è mai disponibile e le tensioni di fase coincidono con le tensioni di linea. La relazione (8.7) è, ovviamente, sempre valida.

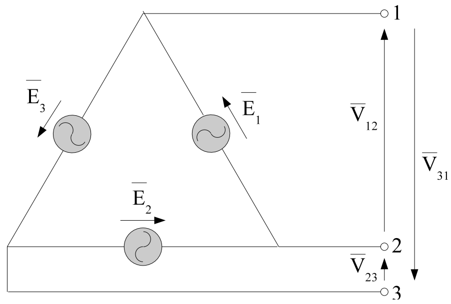


Figura 8.9: Generatore connesso a triangolo

8.3 Carico trifase equilibrato

Un carico trifase si dice equilibrato quando esso è costituito da tre impedenze uguali tra loro sia in modulo che in fase. Ogni impedenza costituisce una fase del carico. A seconda del tipo di connessione tra le fasi si distinguono il collegamento a stella e il collegamento a triangolo.

8.3.1 Carico connesso a stella

8.3.2 Carico connesso a triangolo

8.4 Metodo del circuito equivalente monofase

8.5 Potenze nei sistemi trifasi simmetrici e equilibrati

8.5.1 Carico connesso a stella

8.5.2 Carico connesso a triangolo

8.6 Linee trifasi

Prendiamo in considerazione il caso di linee trifasi che soddisfano le seguenti condizioni particolari:

- sono alimentate da terne simmetriche di tensioni;
- alimentano carichi equilibrati a tre fili;
- i parametri traversali sono trascurabili.

8.7 Rifasamento trifase

8.8 Sistemi trifasi simmetrici e squilibrati

8.8.1 Sistema trifase a stella con neutro

Potenze

8.8.2 Sistema trifase a stella senza neutro

Potenze

8.8.3 Sistema trifase a triangolo

Potenze

8.9 Misure di potenza

8.9.1 Misure di potenza in un sistema trifase a tre fili mediante l'inserzione Aron

8.10 Domande

1. Perché per la generazione, il trasporto e l'utilizzazione industriale dell'energia elettrica si utilizzano sistemi trifasi ?
2. Che cosa si intende per *terna simmetrica di tensioni* ?
3. Che cosa si intende per *terna equilibrata di correnti* ?
4. Definire cosa si intende per tensioni di fase e tensioni di linea e ricavare le relazioni che le legano nel caso di un generatore trifase simmetrico a stella.
5. Definire cosa si intende per correnti di fase e correnti di linea e ricavare le relazioni che le legano nel caso di un carico trifase equilibrato a triangolo.
6. Per un sistema trifase simmetrico ed equilibrato, comunque collegato, scrivere le espressioni delle potenze P, Q ed S in funzione della tensione concatenata e della corrente di linea.
7. Spiegare come si calcolano le correnti per un sistema trifase simmetrico e squilibrato, con il carico collegato a stella senza neutro.
8. Per un sistema trifase simmetrico e squilibrato, comunque collegato, scrivere le espressioni delle potenze P e Q in funzione delle tensioni delle correnti e dei f.d.p. nei seguenti tre casi:
   (a) carico collegato a stella con neutro;
   (b) carico collegato a stella senza neutro;
   (c) carico collegato a triangolo.
9. Spiegare perché è preferibile utilizzare condensatori collegati a triangolo per rifasare un impianto trifase funzionante in bassa tensione.
10. Si consideri una misura di potenza mediante inserzione Aron con le amperometriche dei wattmetri inserite nelle fasi 1 e 3, quali conclusioni si possono trarre in ciascuno dei seguenti casi ?
    (a) le indicazioni dei due wattmetri sono uguali di valore e di segno opposto;
    (b) le indicazioni dei due wattmetri sono entrambe positive e di uguale valore;
    (c) $P_{32} < P_{12}$.

8.11 Esercizi

1. Un carico trifase equilibrato presenta un collegamento interno a triangolo ed è alimentato con un sistema simmetrico a tre conduttori. Le caratteristiche del carico sono ohmico-induttive, con $\varphi = 60°$, la corrente di linea misurata da un amperometro su uno dei conduttori è di 10 A e la tensione concatenata V è di 400V.

   (a) Calcolare le correnti di linea e di fase in forma polare.

   (b) Disegnare su carta millimetrata, in opportuna scala, il diagramma vettoriale dell'impianto con i vettori delle tensioni concatenate, delle correnti di linea e delle correnti di fase.

   (c) Dimostrare il legame esistente, in termini polari, tra le correnti di linea e le correnti di fase (utilizzare il primo principio di Kirchhoff e le proprietà trigonometriche).

   (d) Disegnare il diagramma vettoriale nell'ipotesi che il carico sia collegato a stella.

2. Un carico A trifase equilibrato assorbe una potenza attiva pari a $P_A = 19,5kW$ con un fattore di potenza $cos\varphi_A = 0,75$, quando è alimentato con una terna simmetrica di tensioni concatenate di tensione nominale pari a 400 V con frequenza f = 50 Hz.

   Ad esso viene collegato in parallelo un carico B trifase equilibrato connesso a triangolo, avente una impedenza di fase $\overrightarrow{Z}_B = (18 + j \cdot 27)\,\Omega$. Determinare, quando sono entrambi alimentati con la precedente tensione, i seguenti valori:

   (a) la corrente di linea I_{AL} assorbita dal carico A;

   (b) le correnti di linea I_{BL} e I_{BF} assorbite dal carico B.

   (c) la corrente di linea totale I_L.

   I due carichi vengono sottoposti a rifasamento in modo da ottenere un $\cos\varphi_R = 0,95$, utilizzando la connessione più opportuna in base alla tensione di alimentazione. Determinare:

   (d) la capacità dei condensatori utilizzati per il rifasamento;

   (e) la corrente di linea ILR dopo il rifasamento.

   In un secondo tempo i carichi vengono alimentati con una linea trifase caratterizzata dai parametri longitudinali $R_L = 0,9\Omega$ e $X_L = 0,2\Omega$, alimentata a sua volta con la tensione di inizio linea $V_1 = 400V$. Determinare:

   (f) la tensione di linea V_2 ai capi dei carichi e il rendimento della linea ηin assenza di rifasamento;

   (g) la tensione di linea V_{2R} ai capi dei carichi e il rendimento della linea η_R in presenza di rifasamento.

   [Risultati: $I_{AL} = 37,53A$, $I_{BL} = 21,35A$, $I_{BF} = 12,3A$, $I_L = 58,5A$, $C = 135\mu F$, $I_{LR} = 42,1A$, $V_2 = 333V$, $\eta = 0,75$, $V_{2R} = 343V$, $\eta_R = 0,85$,]

3. Una linea trifase senza neutro presenta una resistenza di linea $R_L = 0,7\Omega$ e una reattanza di linea $X_L = 0,5\Omega$. La linea è alimentata all'origine da un sistema trifase simmetrico con tensione concatenata V_1 = 400V e frequenza f = 50 Hz. Alla linea è allacciato un motore asincrono trifase che assorbe una potenza P = 6700 W in tali condizioni di alimentazione, con fattore di potenza $cos\varphi = 0,75$.

   (a) Calcolare la tensione V_2 concatenata ai capi del motore asincrono e la corrente I di linea.

   (b) Nell'ipotesi che le tre fasi del motore asincrono siano connesse a stella, determinare la resistenza e la reattanza di ogni fase.

(c) Dimensionare la batteria di condensatori in modo tale da rifasare il motore a un $cos\varphi_R = 0.9$

(d) Ricalcolare la tensione V_2 concatenata ai capi del motore asincrono, la corrente I di linea e la potenza P assorbita dal carico dopo il rifasamento.

8.11.1 Esercizi di riepilogo

I seguenti esercizi sono tratti dal testo della prima prova proposta durante la Gara Nazionale di Elettrotecnica svoltasi a Pordenone il 23 e 24 novembre 2005.

1. Una linea trifase in cavo ad impedenza costante, omogenea relativamente al tipo di cavo e di posa e sottoposta alle medesime condizioni ambientali per tutto il suo sviluppo, è alimentata all'origine con una terna simmetrica di tensioni di valore efficace $V_A = 400$ V e frequenza $f = 50Hz$.

   All'inizio della linea sono collegati due wattmetri in inserzione Aron con le amperometriche sulle fasi 1 e 2.

   All'arrivo della linea (C) viene inserito un primo utilizzatore trifase equilibrato(U_1) caratterizzato dai seguenti dati di targa:

   $V_{n1} = 380V$, $f = 50Hz$, $P_{n1} = 25kW$, $cos\varphi_1 = 0,6RL$.

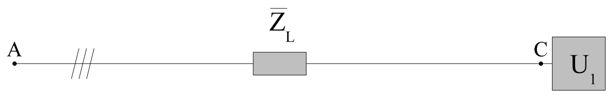


Figura 8.10: Prima condizione di funzionamento

   Le potenze ottenute dalla lettura dei due wattmetri in Aron, trascurando gli errori di autoconsumo, sono:

   $P_{13} = 23,75kW$, $P_{23} = 4,180kW$.

   Determinare:

   (a) il valore efficace I_1 della corrente assorbita dall'utilizzatore;
   (b) il valore efficace V_C della tensione di alimentazione dell'utilizzatore;
   (c) i valori R_L e X_L della resistenza e della reattanza di linea.

   [Risultati: $I_1 = 63,40A$, $V_C = 380,5V$, $R_L = 0,237\Omega$, $X_L = 0,039\Omega$.]

2. Lungo la linea di figura 8.10, in un punto per cui il rapporto tra la lunghezza L_{AB} del primo tratto e la lunghezza L_{BC} del secondo tratto risulta pari a $\frac{5}{8}$, viene inserito un secondo utilizzatore trifase equilibrato (U_2). In tali condizioni di funzionamento le potenze rilevate dalla lettura dei due wattmetri in inserzione Aron sono:

   $P'_{13} = 35,64kW$, $P'_{23} = 4,180kW$.

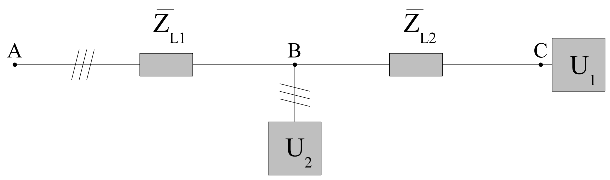


Figura 8.11: Seconda condizione di funzionamento.

   Determinare:

   (a) il valore efficace V_B della tensione di alimentazione del secondo utilizzatore;
   (b) il valore efficace I_1 della corrente assorbita dal primo utilizzatore;
   (c) il valore efficace V_C della tensione di alimentazione del primo utilizzatore;

(d) il valore della potenza attiva P_2 assorbita dal secondo utilizzatore;

(e) il valore efficace I_2 della corrente assorbita dal secondo utilizzatore.

[Risultati: $V_B = 388,3V$, $I_1 = 62,74A$, $V_C = 376,6V$, $P_2 = 15,65kW$, $I_2 = 30,60A$.]

3. Con riferimento alla condizione di funzionamento a cui si riferisce la figura 8.11, all'inizio della linea e immediatamente a valle dell'inserzione Aron viene collegato tra le fasi 1 e 2 un carico monofase (figura 8.12).

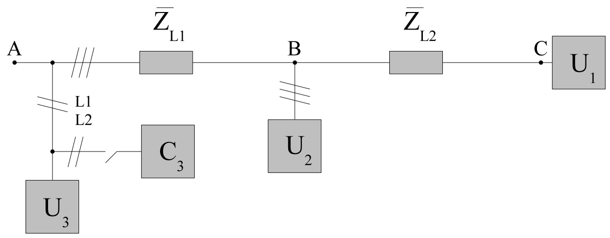


Figura 8.12: Terza condizione di funzionamento

Dopo l'inserzione del carico monofase le potenze rilevate dalla lettura dei due wattmetri in inserzione Aron sono:

$P''_{13} = 40,59kW$, $P''_{23} = 9,680kW$.

Determinare:

(a) la potenza attiva P_3 assorbita dal carico monofase;

(b) il valore efficace I_3 della corrente assorbita dal carico monofase;

[Risultati: $P_3 = 6,00kW$, $I_3 = A$.]

Bibliografia

[1] Edward M. Purcell, *La fisica di Berkeley. Elettricita e magnetismo* Zanichelli (1971)

[2] G.Conte, *Macchine elettriche*, Hoepli Milano (2001)

[3] L.Olivieri, E.Ravelli *Elettrotecnica per Elettrotecnica ed Automazione*, Vol.2, CEDAM Padova (1996)

[4] F.Ciampolini, *Elettrotecnica generale*, Pitagora Editrice Bologna (1971)

[5] G.Petrecca, E.Bassi, F.Benzi, *La teoria unificata delle macchine elettriche rotanti*, CLUP Milano (1983)

[6] M.Pezzi, *Macchine elettriche - Seconda edizione*, Zanichelli Editore Bologna (1990)

[7] E.Rezzaghi, *Appunti di Elettrotecnica*, http://www.galileimirandola.it (2004)

[8] Z.Martini, *ElectroPortal: Domande* & *Risposte*, http://www.electroportal.net (2003)

Indice analitico